

**I. Optische Experimental-Untersuchungen;
von G. Quincke ¹⁾.**

XII. Ueber die Aenderung der Phase bei der Brechung der
Lichtwellen.

§. 122.

Die in Abschnitt VIII dieser Experimental-Untersuchungen beschriebenen Interferenzapparate können dazu dienen, um in den Gang des einen der beiden interferirenden Strahlenbündel eine Lamelle gleichförmiger Dicke ε vom Brechungsexponenten n einzuschalten. Die Verschiebung y der Interferenzstreifen ist dann in Fransenabständen gemessen durch die Gl. 1 gegeben ²⁾:

- 1) Anmerk. Leider bin ich durch den Zustand meiner Augen gezwungen gewesen, diese optischen Untersuchungen für längere Zeit zu unterbrechen, wodurch auch die Veröffentlichung der folgenden Aufsätze, deren Versuche zum größten Theil schon vor mehreren Jahren angestellt wurden, etwas verzögert worden ist. Der Anfang derselben steht in diesen Annalen

1866.	Bd. 127, S. 1 bis 29:	I, §. 1 bis 12,
	ibid. S. 199 bis 237:	II, §. 13 bis 25,
	Bd. 128, S. 355 bis 399:	III, §. 26 bis 37,
	ibid. S. 541 bis 564:	IV, §. 38 bis 44,
	Bd. 129, S. 44 bis 57:	V, §. 45 bis 48,
	ibid. S. 177 bis 207:	VI, §. 49 bis 64,
	ibid. S. 207 bis 218:	VII, §. 65 bis 69,
1867.	Bd. 132, S. 29 bis 75:	VIII, §. 70 bis 85,
	ibid. S. 204 bis 224:	IX, §. 86 bis 91,
	ibid. S. 321 bis 371:	X, §. 92 bis 109,
	ibid. S. 561 bis 592:	XI, §. 110 bis 121.

- 2) Pogg. Ann. Bd. 120, S. 603. Gl. 8.

$$y = \frac{e}{\lambda} (n-1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet. Aus der beobachteten Verschiebung läßt sich dann der Brechungsexponent n der eingeschalteten Lamelle berechnen.

Die Lage der Interferenzstreifen läßt sich zwar bis auf Zehntel eines Fransenabstandes genau bestimmen; es bleibt aber immer noch ein Irrthum von einer ganzen Anzahl von Interferenzstreifen übrig.

Bei Anwendung von weißem Licht erscheint nur die Stelle der Interferenzstreifen weiß, für welche der Gangunterschied aller verschiedenfarbigen Strahlen 0 ist. Diese Stelle ist gewöhnlich leicht zu erkennen; sie verschwindet jedoch, sobald das eine Strahlenbündel verzögert wird, da sich die Interferenzstreifen für die verschiedenen Farben zwar um nahezu dieselbe Anzahl Interferenzstreifen, aber um eine verschiedene Anzahl von Längeneinheiten verschieben ¹⁾.

Der erwähnte Irrthum läßt sich nun dadurch vermeiden, daß man den Gangunterschied continuirlich zunehmen läßt und eine keilförmige Lamelle statt einer solchen von gleichförmiger Dicke benutzt. An der dünnsten Stelle des Keiles ist der Gangunterschied und die Verschiebung der Interferenzstreifen 0. Beide wachsen mit zunehmender Dicke.

Im Folgenden soll angenommen werden, daß die Lamelle eine doppelt-keilförmige ²⁾ ist, und die Schneide des Keils horizontal liegt.

Beobachtet man die Interferenzstreifen des Spectrums bei dem von mir angegebenen Interferenzapparat ³⁾ mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohr, in welchem die Fraunhofer'schen Linien deutlich erscheinen, so vereinigt die Objectivlinse desselben Strahlen aus verschiedenen Horizontalebenen in einem Punkte des Gesichtsfeldes. Diese Strahlen sind durch verschieden dicke Stellen der Lamelle hin-

1) Vergl. Stokes, *Rep. Brit. Assoc.* 1850, p. 20.

2) §. 53, *Pogg. Ann.* Bd. 129, S. 184. 1866.

3) *Pogg. Ann.* Bd. 132, S. 54 und Taf. II, Fig. 13. 1867.

durchgegangen, haben verschiedene Verzögerung erfahren und die Interferenzstreifen erscheinen in diesem Falle verwaschen. Sie würden deutlich erscheinen, wenn die Collimatorlinse L und die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs achromatische Cylinderlinsen mit vertikaler Cylinderaxe wären.

Die Interferenzstreifen gewinnen an Deutlichkeit, wenn man einen dunklen Schirm mit einer schmalen spaltförmigen Oeffnung ($1^{\text{mm}},5$ bis $2^{\text{mm}},5$ Höhe und 20 bis 30^{mm} Breite) unmittelbar vor das Objectiv des Beobachtungsfernrohrs bringt, oder wenn man das Fernrohr auf die keilförmige Lamelle selbst einstellt, welche dann in gröfserer Entfernung vom Beobachtungsfernrohr in der Nähe der Glasplatte G_1 (Fig. 13 Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132. 1867) aufgestellt seyn mufs.

In letzterem Falle ist die von mir nur für parallele Strahlen gegebene Theorie des Interferenzapparates nicht mehr anzuwenden. Die Deutlichkeit der Interferenzstreifen im Spectrum hängt von den Dimensionen des Apparates und der Stellung des Jamin'schen Compensators ab. Je nach der Einstellung des Beobachtungsfernrohrs ist der Winkel, um welchen man den Jamin'schen Compensator drehen mufs, um einen Interferenzstreifen an die Stelle des folgenden zu bringen, ein anderer und kleiner, wenn das Fernrohr auf die Lamelle selbst, als wenn es auf unendlich eingestellt ist. Bei Beobachtungen mit blofsem Auge accommodirt man dieses gewöhnlich unwillkürlich nicht auf unendlich, oder die Fraunhofer'schen Linien im Spectrum, sondern auf die eingeschaltete Lamelle selbst, weil dann die Interferenzstreifen am deutlichsten erscheinen. Einer anderen Accommodationsweite des Auges entspricht dann auch ein anderer Drehungswinkel des Jamin'schen Compensators.

Bei Beobachtungen mit blofsem Auge empfiehlt es sich daher die Gröfse des durch die eingeschaltete keilförmige Lamelle hervorgebrachten Gangunterschiedes für die dickste Stelle der Lamelle durch blofse Schätzung zu bestimmen.

$$y = \frac{z}{\lambda} (n-1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet. Aus der beobachteten Verschiebung läßt sich dann der Brechungsexponent n der eingeschalteten Lamelle berechnen.

Die Lage der Interferenzstreifen läßt sich zwar bis auf Zehntel eines Fransenabstandes genau bestimmen; es bleibt aber immer noch ein Irrthum von einer ganzen Anzahl von Interferenzstreifen übrig.

Bei Anwendung von weißem Licht erscheint nur die Stelle der Interferenzstreifen weiß, für welche der Gangunterschied aller verschiedenfarbigen Strahlen 0 ist. Diese Stelle ist gewöhnlich leicht zu erkennen; sie verschwindet jedoch, sobald das eine Strahlenbündel verzögert wird, da sich die Interferenzstreifen für die verschiedenen Farben zwar um nahezu dieselbe Anzahl Interferenzstreifen, aber um eine verschiedene Anzahl von Längeneinheiten verschieben ¹⁾.

Der erwähnte Irrthum läßt sich nun dadurch vermeiden, daß man den Gangunterschied continuirlich zunehmen läßt und eine keilförmige Lamelle statt einer solchen von gleichförmiger Dicke benutzt. An der dünnsten Stelle des Keiles ist der Gangunterschied und die Verschiebung der Interferenzstreifen 0. Beide wachsen mit zunehmender Dicke.

Im Folgenden soll angenommen werden, daß die Lamelle eine doppelt-keilförmige ²⁾ ist, und die Schneide des Keils horizontal liegt.

Beobachtet man die Interferenzstreifen des Spectrums bei dem von mir angegebenen Interferenzapparat ³⁾ mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohr, in welchem die Fraunhofer'schen Linien deutlich erscheinen, so vereinigt die Objectivlinse desselben Strahlen aus verschiedenen Horizontalebene in einem Punkte des Gesichtsfeldes. Diese Strahlen sind durch verschieden dicke Stellen der Lamelle hin-

1) Vergl. Stokes, *Rep. Brit. Assoc.* 1850, p. 20

2) §. 53, *Pogg. Ann. Bd.* 129, S. 184. 1866.

3) *Pogg. Ann. Bd.* 132, S. 54 und Taf. II, Fig. 13. 1867.

durchgegangen, haben verschiedene Verzögerung erfahren und die Interferenzstreifen erscheinen in diesem Falle verwaschen. Sie würden deutlich erscheinen, wenn die Colimatorlinse L und die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs achromatische Cylinderlinsen mit vertikaler Cylinderaxe wären.

Die Interferenzstreifen gewinnen an Deutlichkeit, wenn man einen dunklen Schirm mit einer schmalen spaltförmigen Oeffnung ($1^{\text{mm}},5$ bis $2^{\text{mm}},5$ Höhe und 20 bis 30^{mm} Breite) unmittelbar vor das Objectiv des Beobachtungsfernrohrs bringt, oder wenn man das Fernrohr auf die keilförmige Lamelle selbst einstellt, welche dann in größerer Entfernung vom Beobachtungsfernrohr in der Nähe der Glasplatte G_1 (Fig. 13 Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132. 1867) aufgestellt seyn muß.

In letzterem Falle ist die von mir nur für parallele Strahlen gegebene Theorie des Interferenzapparates nicht mehr anzuwenden. Die Deutlichkeit der Interferenzstreifen im Spectrum hängt von den Dimensionen des Apparates und der Stellung des Jamin'schen Compensators ab. Je nach der Einstellung des Beobachtungsfernrohrs ist der Winkel, um welchen man den Jamin'schen Compensator drehen muß, um einen Interferenzstreifen an die Stelle des folgenden zu bringen, ein anderer und kleiner, wenn das Fernrohr auf die Lamelle selbst, als wenn es auf unendlich eingestellt ist. Bei Beobachtungen mit bloßem Auge accommodirt man dieses gewöhnlich unwillkürlich nicht auf unendlich, oder die Fraunhofer'schen Linien im Spectrum, sondern auf die eingeschaltete Lamelle selbst, weil dann die Interferenzstreifen am deutlichsten erscheinen. Einer anderen Accommodationsweite des Auges entspricht dann auch ein anderer Drehungswinkel des Jamin'schen Compensators.

Bei Beobachtungen mit bloßem Auge empfiehlt es sich daher die Größe des durch die eingeschaltete keilförmige Lamelle hervorgebrachten Gangunterschiedes für die dickste Stelle der Lamelle durch bloße Schätzung zu bestimmen.

Beobachtet man mit einem Fernrohr und nennt φ_1 die Drehung des Jamin'schen Compensators, welche einer Verschiebung von einem Fransenabstand entspricht, φ die Drehung, welche den von der Lamelle hervorgebrachten Gangunterschied aufhebt, so ist die in Fransenabständen gemessene Verschiebung oder der in Wellenlängen gemessene Gangunterschied

$$y = \frac{\varphi}{\varphi_1} \dots \dots \dots (2).$$

Beträgt die Dicke einer Luftlamelle von gleicher Farbe wie die Jodsilberlamelle $p \frac{\lambda}{4}$, wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet, so muß nach Gl. 1 seyn

$$y = \frac{p \frac{\lambda}{4}}{n} \cdot \frac{n-1}{\lambda} = p \cdot \frac{n-1}{4n} \dots \dots \dots (3)$$

oder den Brechungsexponenten des Jodsilbers $n = \frac{9}{4}$ gesetzt

$$y = p \cdot 0,1389.$$

Bei einer keilförmigen Jodsilberlamelle, deren dickste Stelle Grün 3^{ter} Ordnung im reflectirten Licht zeigte, was $p = 5$ entsprechen würde ¹⁾ (§. 50), war für

	Gelb	Blau
$\varphi =$	77'	65'
$\varphi_1 =$	127',3	102'
beob. $y = \frac{\varphi}{\varphi_1} =$	0 ^h ,605	0 ^h ,637
ber. $y =$	0 ^h ,695.	

Die directe Messung der Verschiebung ergab $y = 0^h,71$.

Untersuchte man dieselbe Jodsilberlamelle mit Billet'schen Halbblinsen und weißem Lichte (§. 78), so waren die Interferenzstreifen undeutlich; die Verschiebung an der dicksten Stelle betrug etwa 0,75 Fransenbreite, wie sich aus dem Verlauf der gekrümmten Interferenzstreifen deutlich ergab. Ohne denselben würde man die Verschiebung nach dem Ansehen der Interferenzstreifen zu 1,75 Fransen-

1) Pogg. Ann. Bd. 129, S. 181. 1866.

breite geschätzt haben, da sich die Farbenvertheilung, wie schon oben bemerkt, durch die Verschiebung ändert.

§. 123.

Eine andere sehr bemerkenswerthe Fehlerquelle bei diesen Versuchen liegt in dem Umstande, dafs man meist, ohne es zu wollen, statt eines einzigen mehrere Interferenzapparate hintereinander benutzt, und dann sehr complicirte Erscheinungen auftreten, wie sie Lord Brougham ¹⁾ und Quet ²⁾ beschrieben und untersucht haben für den einfachen Fall der Beugung des Lichtes an den Rändern zweier undurchsichtiger geradlinig begränzter Schirme in verschiedenem Abstand von der Lichtquelle.

Bei dem am Schlufs des vorigen Paragraphen beschriebenen Versuch entwerfen die Billet'schen Halblinsen zwei reale Bilder des leuchtenden Punktes, oder der vom Sonnenlicht erleuchteten Spalte in der Ebene der Jodsilberlamelle zu beiden Seiten der Begränzungslinie der letzteren. Gleichzeitig mit den dadurch erzeugten Interferenzstreifen des bekannten Fresnel'schen Spiegelversuches treten aber auch die Beugungserscheinungen in der Nähe des geometrischen Schattens der Begränzungslinie der Jodsilberlamelle auf, welche ich im Abschnitt X beschrieben habe, und im Folgenden noch mehrfach unter dem Namen »*lamellare Beugungserscheinungen*« erwähnen werden. Da das auf die Begränzungslinie der Jodsilberlamelle auffallende Licht auch noch in dem engen Raum zwischen beiden Billet'schen Halblinsen eine Beugung erfahren hat, so sieht man wie complicirt die Erscheinung seyn wird, da sie sofort sich ändert, wenn Lichtspalt *P*, die inneren Begränzungsränder der cylindrischen Halblinsen *L* und *R* und die Begränzungslinie der Jodsilberlamelle *T* (Fig. 4, Taf. II Pogg. Ann. 132, 1867) nicht mehr genau parallel stehen. Die in der Fresnel'schen Lupe *M* wahrgenommene Erscheinung wird

1) *Compt. rend.* XXX. 1850. p. 45, *Mém. d. l'ac. d. sc.* XXVII. 2. 1853. p. 146.

2) *Ann. d. chim.* (3) t. 46. 1856. p. 413.

durchaus nicht in einer bloßen Uebereinanderlagerung der drei Streifen-Systeme der drei Interferenzapparate bestehen und ihre theoretische Ableitung eine ziemlich complicirte Rechnung erfordern.

Ich bemerke, daß ein ähnlicher Uebelstand bei allen gebräuchlichen Interferenzapparaten leicht eintreten kann und in der That auch häufig eintritt.

Die normale Farbenvertheilung der Interferenzstreifen bei Fresnel'schen Spiegeln (§. 76) oder dem Interferenzprisma (§. 77) wird durch die an den Berührungsrändern der Spiegel oder der Kante des stumpfen Prismenwinkels auftretende Beugung oft recht erheblich modificirt, und bei dem von mir §. 80 beschriebenen Interferenzapparate stört die Beugung an den Rändern der planparallelen Glasplatten und des Prismas oder den Rändern der Oeffnungen in den undurchsichtigen Schirmen.

Läßt sich der störende Einfluß dieser überzähligen Interferenzapparate auch für gewöhnlich auf ein Minimum reduciren, wie meine in Abschnitt VIII und IX aufgeführten Messungen beweisen, so ist doch der Einfluß nicht zu vermeiden, den die (lamellare) Beugung am geradlinig begrenzten Rande einer eingeschalteten dünnen Lamelle von Jodsilber oder einer anderen durchsichtigen Substanz auf die Verschiebung der Interferenzstreifen des Hauptapparates hat. Dieser Einfluß hängt, wie ich früher (§. 109) gezeigt habe, nicht nur von dem Gangunterschied, sondern auch von der Intensität der durch die eingeschaltete Lamelle modificirten Lichtstrahlen ab.

Da für die lamellaren Beugungserscheinungen, die man zugleich als den allgemeineren Fall der Beugung an den Rändern eines undurchsichtigen Schirmes auffassen kann, der Abstand der Minima der Lichtintensität proportional mit $\sqrt{\lambda}$, bei den gewöhnlichen Interferenzstreifen des Hauptapparates (der Fresnel'schen Spiegel) proportional mit λ selbst ist, so ist vorauszusehen, daß der störende Einfluß der lamellaren Beugung eine Verschiebung der Interferenzstreifen herbeiführen kann, die für die verschiedenen Strei-

fen verschieden groß und nicht einmal proportional der Wellenlänge ist. Die Fransenabstände werden dann an den verschiedenen Stellen des Streifensystems verschieden groß und die Farbenvertheilung bei Anwendung von weißem Licht eine ganz anormale.

Diese Fehlerquelle tritt viel häufiger auf, als man im Allgemeinen anzunehmen geneigt ist, und trübt so leicht die Messungen, daß ich darauf verzichte den Brechungsexponenten einer Substanz z. B. des Jodsilbers, aus der von einer Lamelle bekannter Dicke hervorgebrachten Verschiebung eines Systems gleich weit von einander abstehender Interferenzstreifen zu bestimmen.

Man wird überhaupt bei diesen Versuchen selbst bei der größten Vorsicht um so größere Abweichungen finden, je weiter die interferirenden Strahlenbündel von einander abstehen. Ich bin geneigt den Grund dieser Abweichungen in Schichten von Gasen oder Dämpfen zu suchen, die in verschiedener Beschaffenheit an den verschiedenen Stellen der Oberfläche durchsichtiger Substanzen aufliegen (condensirt sind oder adhäriren), ähnlich wie Wolkenschichten auf einem Walde liegen oder über der Erdoberfläche schweben. (Vergl. §. 130).

§. 124.

In vielen Fällen empfiehlt es sich zur Bestimmung des einer durchsichtigen Lamelle entsprechenden Phasenunterschiedes Δ oder der Lamellendicke ϵ den möglichst einfachen Weg einzuschlagen, nur einen einzigen Interferenzapparat zu benutzen und die Lage der lamellaren Beugungsstreifen gegen den geometrischen Schatten des Lamellenrandes zu beobachten, wie dies früher (§. 103 bis 105) beschrieben worden ist.

Bei dieser Methode wird gleichzeitig der Einfluß der etwa an der Oberfläche der durchsichtigen Substanz condensirten Gase und Dämpfe möglichst klein.

Die Theorie dieser Beugungserscheinungen wurde von mir nur in allgemeinen Zügen gegeben und auch für einige

besondere Fälle durchgeführt, in denen sich die Rechnung besonders einfach gestaltete.

Später hat dieselbe Jochmann¹⁾ in einer schönen Arbeit für die den sogenannten Fresnel'schen Beugungserscheinungen entsprechenden Fälle erschöpfend behandelt und auch die Zahlenwerthe der bestimmten Integrale, von denen die Lage der Maxima und Minima abhängt, in einer Tabelle zusammengestellt.

Da das Jodsilber bei den verschiedenen von mir benutzten Lamellen, ja an den verschiedenen Stellen derselben Lamelle, verschieden durchsichtig war, so habe ich darauf verzichtet, mit Berücksichtigung der Intensität der interferirenden Strahlen die Lage der Interferenzstreifen zu berechnen. Es war diess um so eher zulässig, als dadurch die Lage der Beugungsstreifen für die meisten Fälle nur unbedeutend beeinflusst wird.

Der Abstand M_n des n^{ten} äusseren Minimums vom geometrischen Schatten des Lamellenrandes ist nach Gl. 22 §. 109 durch die Gl. gegeben

$$M_n = C_n \sqrt{\frac{\lambda}{2} \cdot b \cdot \frac{a+b}{a}} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wo a und b die Entfernung des leuchtenden Punktes und der Fresnel'schen Lupe von der Lamelle, λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bezeichnen.

Die Constante C_n hängt von der Dicke ε und dem Brechungsexponenten n der Lamelle ab, oder von dem Phasenunterschied

$$\Delta = \varepsilon (n - 1) \frac{2\pi}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

1) Pogg. Ann. 136 S. 565. 1869. Die von mir (§. 108 und 109 Pogg. Ann. 132 S. 366 und 370) gegebenen Ausdrücke gehen in die von Jochmann gegebenen über, so bald man setzt

$$u = -v \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad K = \frac{k}{ab\lambda} \quad \bar{K} = \frac{k}{ab\lambda}$$

$$s = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \mathfrak{A} \quad c = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \mathfrak{B}.$$

um welchen die durch die Lamelle gegangenen Strahlen gegen die durch Luft gegangenen verzögert werden.

In Fig. 1, Taf. V habe ich für den Fall, daß die durch die Lamelle gegangenen Lichtstrahlen dieselbe Intensität, wie die durch Luft gegangenen Strahlen haben, mit Hülfe der von Jochmann berechneten Tabelle den Werth der Constante C_1 als Ordinate zu der Abscisse λ aufgetragen. Die ausgezogenen Curven entsprechen den Minimis, die punktirt den Maximis der Lichtintensität.

In der folgenden Tabelle XCI sind die beobachteten Werthe der Constante C_1 (vergl. Tabelle LXXVII, §. 103) für das 1^{te}, 2^{te} und 3^{te} äußere Minimum mit den berechneten aus Fig. 1, Taf. V zusammengestellt.

XCI.

λ	C_1		C_2		C_3	
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
π						
0,278	0,51	0,53	2,08	2,07	2,96	2,86
0,555	0,35	0,35	2,05	1,98	2,94	2,79
0,833	0,15	0,14	2,01	1,90	2,88	2,77
1,110	-0,09	-0,10	1,93	1,84	2,82	2,70
1,388	-0,24	-0,30	1,87	1,76	2,78	2,66
1,666	-0,35	-0,49	1,81	1,68	2,73	2,62

Die im allgemeinen befriedigende Uebereinstimmung ist besonders vollkommen bei kleinen Werthen von λ (wo die Lamelle sehr durchsichtig war) und dem ersten Minimum. Da die Lage des letzteren sich ganz besonders mit λ ändert, so eignet dasselbe sich auch vorzugsweise zur Bestimmung dieser Größe λ . Ist durch die Beobachtung die Größe von C_1 bekannt, so giebt die zur Ordinate C_1 gehörige Abscisse der Fig. 1 Taf. V den entsprechenden Werth von λ .

Der Einfluß der Schwächung des Lichtes beim Durchgange durch die Jodsilberlamelle genügt nicht um die Abweichungen der Theorie von den Beobachtungen zu erklären, da derselbe nach der Theorie von Jochmann einer

Verschiebung in entgegengesetzter Richtung wie in Tab. XCI, d. h. nach der Seite des Jodsilbers entsprechen würde.

Möglicher Weise könnte der Mangel an Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung aufser in condensirten Gas- oder Dampfschichten (§. 124) auch in einer Phasenänderung der Lichtwellen bei dem Uebergange aus einem Medium in das andere seinen Grund haben, da diese Phasenänderung je nach der Natur der sich berührenden Substanzen verschieden seyn könnte. Leider genügt die Genauigkeit der Beobachtungsmethoden zur Zeit nicht, diese Frage durch Messung von Dicke und Brechungsexponenten einer durchsichtigen Lamelle und durch weitere Messung der von ihr hervorgebrachten Verschiebung von Interferenzstreifen zu entscheiden.

§. 125.

Bei stark absorbirenden Substanzen ist es nicht mehr gestattet, den Einfluss der Intensität der interferirenden Lichtstrahlen auf die Lage der Minima der Interferenzstreifen unberücksichtigt zu lassen.

Schaltet man eine durchsichtige Silber- oder Goldschicht von gleichförmiger Dicke in den Gang des einen der beiden interferirenden Strahlenbündel ein, so beobachtet man eine Verschiebung der Interferenzstreifen nach der Seite der eingeschalteten Lamelle, als ob das Metall eine gewöhnliche durchsichtige Substanz mit einem Brechungsexponenten < 1 wäre.

Diese Annahme, welche ich selbst bei einer früheren Mittheilung ¹⁾ gemacht habe, genügt jedoch nicht um die Erscheinung vollständig zu erklären (vergl. §. 52 Anm.). Einer Dicke des Metalls von 0,1 bis höchstens 0,2 Wellenlänge des Lichtes in Luft entspricht eine Verschiebung von 0,2 bis 0,3 Fransenbreite. Eine so große Verschiebung würde nur verständlich seyn, wenn man eine Beschleunigung der Phase bei der Brechung der Lichtwellen, beim

1) Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863 auch Pogg. Ann. Bd. 119 S. 382 und Bd. 120 S. 600 bis 605. 1863.

Uebergänge des Lichtes in das Metall oder bei dem Austritt aus demselben annehmen wollte (Vergl. §. 126).

Bei diesen Versuchen wurde meist der Interferenzapparat von §. 80 mit Interferenzstreifen im Spectrum (Pogg. Ann. Bd. 132, Taf. II Fig. 13) benutzt; zuweilen auch ein Interferenzprisma oder Billet'sche Halblinsen.

Um den oben §. 122 erwähnten Fehler von ganzen Wellenlängen zu vermeiden, habe ich doppelt keilförmige Silberlamellen (nach dem Martin'schen Verfahren erhalten, vergl. §. 53) benutzt, und hierbei ebenfalls gefunden, daß die Verschiebung der Interferenzstreifen von der dünnsten nach der dicksten Stelle des Silbers continuirlich zunimmt von 0 bis etwa 0,3 Fransenbreite. Der durch das Silber gegangene Lichtstrahl ist gegen den anderen beschleunigt und die Interferenzstreifen erscheinen nach der entgegengesetzten Seite gekrümmt, als wenn man eine doppelt-keilförmige Jodsilberlamelle eingeschaltet hätte.

Auffallend blieb aber einmal die geringere oder größere Verschiedenheit der Krümmung, je nachdem das Silber mehr oder weniger durchsichtig war, und ferner der Umstand, daß bei sehr dicken Silberschichten keine Interferenzstreifen mehr wahrzunehmen waren.

In der That kann man eine Verschiebung der Interferenzstreifen durch einen undurchsichtigen geradlinig begränzten Schirm erhalten, den man in den Gang der interferirenden Lichtstrahlen von der Seite her einschiebt, innerhalb des von den Interferenzstreifen eingenommenen Raumes, ehe sie auf die 2^{te} dicke Glasplatte G_2 des Interferenzapparates §. 80 oder ehe sie auf die Fresnel'sche Lupe des Interferenzapparates mit Billet'schen Halblinsen auffallen. Die Interferenzstreifen werden gleichsam von dem Schirme abgestoßen; dabei bleibt häufig ihre gegenseitige Anordnung scheinbar ungeändert. Die Streifen behalten nahezu gleichen Abstand von einander, und das ganze hat den Anschein, als ob man die Strahlen in der Nähe des Schirmandes gegen die anderen beschleunigt hätte.

Die Erscheinung an einer eingeschalteten Silberlamelle

würde also wie bei den Versuchen von Lord Brougham (§. 123) durch die gleichzeitige Anwendung zweier Interferenz-Apparate bedingt seyn, den Hauptapparat mit dicken Glasplatten (Interferenzprisma oder Billet'sche Halbblinsen) und die lamellare Beugung am Rande der geradlinig begrenzten durchsichtigen Silberlamelle.

§. 126.

Der Versuch wird einfacher und die erwähnte Fehlerquelle vermieden, wenn man nur *einen* Interferenzapparat benutzt, also die lamellaren Beugungserscheinungen am Rande einer doppelkeilförmigen Silberlamelle im Abstand b von derselben mit einer Fresnel'schen Lupe beobachtet, wenn auf dieselbe Licht von einem a^{mm} entfernten leuchtenden Punkt auffällt.

Man beobachtet dann in der That Beugungsstreifen in der Nähe des geometrischen Schattens des Lamellenrandes. Ist in der doppelkeilförmigen Lamelle ein Spalt normal zur Schneide des Keils angebracht, so convergiren die Beugungsstreifen nach der dicksten Stelle des Silbers. Bei manchem Silber laufen das 1^{ste}, 2^{te} und 3^{te} Minimum einander anscheinend parallel, wie es Fig. 2 Taf. V darstellt. In den meisten Fällen jedoch ist das 1^{ste} Minimum stärker als das 2^{te} und 3^{te} gegen den geometrischen Schatten der Lamellengränze geneigt. Verwandelt man das Silber in Jodsilber, so convergiren die Beugungsstreifen nach der dünnsten Stelle der Lamelle.

In der folgenden Tabelle sind eine Reihe von Messungen für verschiedene keilförmige Silberlamellen zusammengestellt, die in der früher §. 95 und 103 für keilförmige Jodsilberlamellen beschriebenen Weise angestellt wurden. x bedeutet die Entfernung von der dünnsten Stelle der keilförmigen Silberlamelle in Millimetern, ε die Dicke des Silbers an dieser Stelle in Tausendstel Millimetern, M_1, M_2, M_3 die Entfernung des 1^{sten}, 2^{ten} und 3^{ten} Minimums vom geometrischen Schatten des Lamellenrandes, positiv gerechnet in der Richtung außerhalb des durch die Spaltränder und

den leuchtenden Punkt gebildeten Schattenkegels (vergl. §. 93), $2c$ die Breite des Spaltes im Silber.

XCII.

Lamellare Beugungserscheinung.

Doppelt-keilförmiges Silber No. 174 auf Spiegelglas

$$a = 962^{\text{mm}} \quad b = 220^{\text{mm}}$$

Roths Licht ($\lambda = 0^{\text{mm}},0005885$).

$$2c = 2^{\text{mm}},210.$$

x	z	M_1	M_2	M_3
mm	mmmm	mm	mm	mm
0,98	0,012	0,416	0,740	0,940
1,69	0,018	0,398	0,726	0,933
3,70	0,052	0,343	0,690	0,908
4,67	0,075	0,308	0,655	0,905

$$2c = 1^{\text{mm}},315.$$

x	z	M_1	M_2	M_3
mm	mmmm	mm	mm	mm
0,98	0,012	0,348	0,685	0,900
2,4	0,030	0,288	0,658	0,868
3,41	0,045	0,258	0,635	0,843
4,67	0,075	0,253	0,623	0,825

Wenn auch, je nachdem das Silber sich auf dem Glase in einer mehr oder weniger durchsichtigen Modification abgeschieden hatte, die Lage der Minima eine verschiedene ist, so liegen sie doch stets nahe an den Stellen, wo ein undurchsichtiger Schirm von gleichen Dimensionen und gleicher Lage wie der Spalt im keilförmigen Silber die Maxima der Fresnel'schen äußeren Diffractionsfransen zeigen würde. Für diese Maxima ist nämlich (vergl. §. 109)

$$C_s = 1,217 \quad 2,345 \quad 3,082$$

woraus nach Gl. 4 folgt:

$$M_1 = 0^{\text{mm}},343 \quad M_2 = 0^{\text{mm}},661 \quad M_3 = 0^{\text{mm}},870.$$

Andere Messungen gaben ähnliche Resultate.

Bei einer anderen doppelt keilförmigen Silberlamelle auf einer planparallelen Glasplatte wurden ähnliche Versuche angestellt, und die Lage des 1^{ten}, 2^{ten}, 3^{ten} äußeren Mini-

mums für diejenigen Silberdicken bestimmt, an denen die I. und II. dunkle Stelle im durchgelassenen Lichte, den Newton'schen Farbenringen entsprechend (vergl. §. 53), sichtbar war.

XCIII.

Doppelt-keilförmiges Silber No. 176.

$$a = 962^{\text{mm}} \quad b = 290^{\text{mm}} \quad 2c = 1^{\text{mm}},357.$$

Roths Licht ($\lambda = 0^{\text{mm}},5885$).

Dunkler Streifen	Silber Dicke	M_1	M_2	M_3
	^{mm}	^{mm}	^{mm}	^{mm}
I	0,000014	0,386	0,751	1,067
II	0,000040	0,351	0,754	1,046
berechnet:		0,406	0,782	1,027

In der letzten Horizontalreihe steht der Werth von M_2 für die Maxima der äußeren Fresnel'schen Diffractionsfransen.

Für größere Dicken als $0^{\text{mm}},000100$ sind lamellare Beugungserscheinungen an durchsichtigem Silber nicht mehr wahrzunehmen.

Jochmann ¹⁾ hat in seiner Theorie der lamellaren Beugungserscheinungen den Fall näher betrachtet, daß der Phasenunterschied δ der durch die Lamelle hindurchgegangenen Strahlen 0 und nur die Intensität der interferirenden Strahlen verschieden ist. Für den Fall, daß das Amplitudenverhältniß K der interferirenden Strahlen — 1 ist, oder Werthe in der Nähe dieser Gröfse hat, ändert sich die Lage des 1^{sten} Minimums sehr schnell mit der Gröfse des Amplitudenverhältnisses und zwar in der Weise, wie ich es bei den eben beschriebenen Versuchen gefunden habe, wenn man K mit wachsender Metalldicke größere negative Werthe annehmen läßt. Diefs könnte in der That für die Uebergangsstelle von einem dunklen zu einem hellen (den

1) Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 570 und Fig. 7 Taf. VIII.

Newton'schen Ringen entsprechenden) Streifen der Fall seyn. Für andere Stellen der keilförmigen Metalllamelle wird aber diese Annahme unzulässig. Ferner müßte die Lage des 2^{ten} und 3^{ten} Minimums, in Widerspruch mit denselben Versuchen unabhängig oder doch fast unabhängig von der Dicke der Metallschicht seyn.

Ich bemerke ausdrücklich, daß statt einer negativen Amplitude und dem Phasenunterschiede $\Delta = 0$, die Amplitude auch positiv und $\Delta = \pi$, einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ entsprechend, angenommen werden könnte.

Die Lage der Minima gegen den geometrischen Schatten des Lamellenrandes würde Δ bestimmen, wenn durch andere Versuche K bekannt wäre, oder das Verhältniß der Intensität des durch die Silberlamelle und des neben derselben vorbeigegangenen Lichtes.

Zunächst scheint mir aus diesen Versuchen zu folgen, daß bei dem Uebergange des Lichtes aus Luft nach Silber und Silber nach Glas die Phase in anderer Weise geändert wird, als bei dem directen Uebergange von Luft nach Glas. Der Unterschied beider Aenderungen in diesen beiden Fällen Luft-Silber-Glas und Luft-Glas entspricht nahezu einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$, sobald die Dicke des Silbers $< 0^{\text{mm}},00009$.

Jedenfalls zeigen die lamellaren Beugungserscheinungen an einer doppelkeilförmigen geradlinig begränzten Silberlamelle, daß *Amplitude und Phase des Lichtes beim Durchgange durch das Metall gleichzeitig geändert werden, und daß die Aenderung von der Dicke des Metalls abhängt.*

Die von mir früher ¹⁾ beschriebenen Versuche, bei denen die Dicke des Metalls durch ein Versehen doppelt so groß angegeben ist, als sie in Wirklichkeit war, zeigen, daß *die Phasenänderung bei der Brechung auch mit dem*

1) Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863 S. 119.

Pogg. Ann. Bd. 102 S. 602. 1863 und

„ „ Bd. 129 S. 183. 1866.

Einfallswinkel und der Lage der Polarisationssebene sich ändern muß.

Die absolute Größe der Phasenänderung kann man aus vorstehenden Versuchen oder anderen mit ähnlichen Methoden erhaltenen nicht entnehmen, weil man bei demselben nur die Phasenänderung bei dem Uebergange des Lichtes von Luft nach Glas, oder umgekehrt, mit der Phasenänderung bei dem Uebergange des Lichtes von Luft (Glas) nach Metall, oder umgekehrt, vergleicht.

Eine vielleicht auffällige Beschleunigung der Phase bei den durch Metall hindurchgegangenen Strahlen könnte sehr wohl davon herrühren, daß die Lichtstrahlen beim Uebergange von Luft nach Glas und umgekehrt eine starke Verzögerung, vielleicht um eine halbe Schwingungsdauer, erfahren.

Die Theorie hat bisher nur die Erscheinungen an undurchsichtigen Metallplatten behandelt, und es muß dahingestellt bleiben, ob mit den im Vorstehenden beschriebenen Erscheinungen die Principien in Einklang zu bringen sind, welche Cauchy oder Neumann ihren Formeln für Reflexion an undurchsichtigen Metallen zu Grunde gelegt haben ¹⁾.

XIII. Ueber die Aenderung der Phase bei der Reflexion der Lichtwellen.

§. 127.

Man hat die Interferenzerscheinungen auch zur Bestimmung der Phasenänderung bei der Reflexion des Lichtes zu benutzen versucht.

Ich gehe zunächst auf den Fall ein, wo die Reflexion in *Glas* stattfindet.

Babinet ²⁾ liefs die beiden Strahlenbündel eines Interferenzprismas an der Hinterfläche einer dicken planparallelen Glasplatte reflectiren, welche zum Theil (mit Spiegel folie?) belegt war. Die interferirenden Strahlenbündel

1) Vergl. § 130 und Jochmann, Pogg. Ann. Bd. 136 S. 585. 1869.

2) *Compt. rend.* VIII. 1839. p. 709.

zeigten an den Stellen, wo sie beide gewöhnliche oder beide metallische Reflexion erfuhren, Interferenzstreifen mit weißer Mitte von gewöhnlicher Beschaffenheit. An den Stellen, wo das eine Strahlenbündel metallische, das andere gewöhnliche Reflexion erfahren hatte, erschien die Mitte der Interferenzstreifen dunkel; das eine Strahlenbündel war um $\frac{\lambda}{2}$ verzögert worden.

Bei Reflexion der beiden Strahlenbündel an der theilweise mit einer hinreichend stark brechenden Flüssigkeit benetzten Hinterfläche eines Prismas interferiren gewöhnlich reflectirte, mit total reflectirten Strahlen. Die Mitte der Interferenzstreifen, gebildet von gewöhnlich und total reflectirten Strahlen, war dann gegen die Interferenzstreifen der gleichartig reflectirten Strahlen nach der Seite der gewöhnlich reflectirten Strahlen verschoben, d. h. die total reflectirten Strahlen waren gegen die gewöhnlich reflectirten beschleunigt.

Ob und in welcher Weise die Erscheinung von Einfallswinkel, Lage der Polarisationssebene, Natur des Metalls und der Glasplatte abhängt, wird nicht angegeben.

De Sénarmont¹⁾ betrachtete die Interferenzstreifen, welche in der eben angegebenen Weise von zwei metallisch und gewöhnlich reflectirten Strahlenbündeln gebildet wurden, mit einem doppelt-brechenden Prisma. Bei streifender Incidenz gelang der Versuch sehr leicht, bei senkrechter war er wegen der ungleichen Intensität der interferirenden Strahlenbündel unmöglich.

Es läßt sich jedoch auf diese Weise nur für \mp der Einfallsebene polarisirtes Licht entscheiden, ob ein Lichtstrahl gegen den anderen durch verschiedenartige Reflexion einen Phasenunterschied besitzt. Dagegen bleibt es unbestimmt, ob das eine Strahlenbündel verzögert oder das andere beschleunigt worden, oder ob die Phase beider in ver-

1) *Ann. de chim.* (2) t. 73, p. 360. 1840; auch Pogg. *Ann.* Ergbd. I. S. 473. 1842.

schiedener Weise geändert worden ist. Das gleiche gilt von \perp zur Einfallsebene polarisirtem Licht. (Vergl. §. 111). Ich kann daher nicht de Sénarmont beistimmen, wenn derselbe glaubt aus jenen Versuchen schliessen zu dürfen, daß der in der Einfallsebene polarisirte Strahl dem winkelrecht darauf polarisirten beständig voraus war. Ueberhaupt ist es bisher nur gelungen für streifende Incidenz (vergl. §. 137) oder mit der Methode von Fresnel für bestimmte Einfallswinkel (vergl. §. 138) den absoluten Werth der Phasenänderung bei der Reflexion zu bestimmen.

Billet¹⁾ erzeugte Brewster'sche Interferenzstreifen (§. 79) mit zwei gleich dicken, schwach gegeneinander geneigten Glasplatten, deren eine zur Hälfte mit Spiegelfolie belegt war. Die Interferenzstreifen wurden mit Hülfe einer Linse auf einen Schirm projicirt, und erschienen für die an Metall und Luft reflectirten Strahlen gegen die der gewöhnlich reflectirten Strahlen um eine halbe Fransenbreite verschoben. Der Gangunterschied der metallisch und gewöhnlich reflectirten Strahlen betrug also $\pm \frac{\lambda}{2}$. Ueber den Einfallswinkel wird nichts angegeben, doch scheint er nahezu der Polarisationswinkel für Luft und Glas gewesen zu seyn; die Angabe würde also für \perp der Reflexionsebene polarisirtes Licht und einen Einfallswinkel in Glas von etwa $33\frac{1}{2}^\circ$ gelten.

Billet hat ferner ähnliche Versuche wie Babinet und de Sénarmont angestellt. Nur ersetzte er das von jenen benutzte Interferenzprisma durch die von ihm angegebenen cylindrischen Halblinsen. Die beiden von den Halblinsen erzeugten Bilder einer von Sonnenlicht erleuchteten Spalte fielen auf die mit Spiegelfolie belegte Hinterfläche eines gleichseitigen Glasprismas (vom Brechungsexponenten 1,526) oder eine kleine quadratische Stelle dieser Fläche, auf welcher die Belegung wieder fortgenommen war. Die Interferenzstreifen wurden mit einer bicylindrischen Linse auf einen Schirm projicirt, und erschienen an der der fehlenden

1) *Ann. de chim.* (3) t. 64, p. 408. 1862.

Spiegelfolie entsprechenden Stelle verschoben. Die Verschiebung wurde nach der centralen weißen Stelle der Interferenzstreifen beurtheilt und soll einer Verzögerung der metallisch reflectirten Strahlen entsprochen haben. Wenn ich die etwas undeutlichen Angaben des Hrn. Verfassers recht auffasse, so hätte die Verschiebung von 0,5 bis 0,8 Fransenbreite zugenommen, während der Einfallswinkel im Innern des Glases von $39^{\circ} 57'$ bis $80^{\circ} 39'$ gewachsen wäre, wobei für $40^{\circ} 57'$ die gewöhnliche Reflexion in die totale überging. Wie die Lage der Polarisationssebene bei diesen Versuchen gewesen und ob überhaupt polarisirtes Licht dabei benutzt worden ist, wird nicht angegeben.

In der vom Hrn. Verfasser gegebenen Zeichnung verlaufen die verschobenen Interferenzstreifen allmählig in die von gleichartig reflectirten Strahlen erzeugten Interferenzstreifen, und zwar für gewöhnliche Reflexion anders als für totale Reflexion (vergl. §. 129 u. 131).

Während bei den bisher beschriebenen Versuchen stets die Reflexionen im Innern des Glases stattfanden, hat de Sénarmont¹⁾ auch Strahlen verglichen, die in Luft reflectirt worden waren, indem er Fresnel'sche Spiegel benutzte, deren jeder halb aus Glas, halb aus Metall gearbeitet war. Die Glasseite des einen Spiegels stieß an die Metallseite des anderen, und die halbe Verschiebung der Interferenzstreifen gegen einander gab dann den Phasenunterschied der gewöhnlich und metallisch reflectirten Lichtstrahlen. Wegen der Schwierigkeit, dergleichen Spiegel mit genügender Vollkommenheit herzustellen, führten diese Versuche jedoch zu keinem Resultat.

Zum Theil liegt das Mißlingen des Versuches auch an der Eigenschaft des Metallspiegels, die Phase der Lichtstrahlen verschiedener Farbe in anderer Weise zu verändern, als der Glasspiegel. Schon Fresnel²⁾ bemerkt, daß die Interferenzstreifen eines Apparates, der aus einem Glas- und einem Metallspiegel besteht, nicht mehr symmetrisch

1) *Ann. de chim.* (2) t. 73, p. 360. 1840.

2) Fresnel, *Oeuvres* I, p. 703.

gegen die helle Mitte des Streifensystems liegen. (Vergl. §. 138.)

In wie weit meine eigenen Versuche mit den eben erwähnten in Widerspruch stehen, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Reflexion in Glas.

§. 128.

Ich selbst habe 1862 einige Versuche mit einem Interferenzapparate beschrieben¹⁾, der dem des §. 80 (Pogg. Ann. Bd. 132 Taf. II Fig. 13) sehr ähnlich war. Die zweite dicke Glasplatte G_2 war auf der unteren Hälfte der Hinterfläche mit einem Metallspiegel belegt, und die Interferenzstreifen im Spectrum des Prismas P_1 wurden gleichzeitig mit den Fraunhofer'schen Linien mit bloßem Auge beobachtet.

Ich werde im Folgenden die Interferenzstreifen, bei welchen das eine Strahlenbündel an der Gränze von Glas und Metall reflectirt worden ist, kurz durch »Interferenzstreifen Luft-Metall« bezeichnen; die Interferenzstreifen dagegen, bei welchen beide Strahlenbündel an der Gränze von Glas und Luft reflectirt worden sind, durch »Interferenzstreifen Luft-Luft.«

Die Interferenzstreifen Luft-Metall erscheinen nun bei jenen Versuchen vom Jahre 1862 gegen die normalen Interferenzstreifen Luft-Luft verschoben, wenn durch ein Nicol'sches Prisma nur Licht \perp der Einfallsebene polarisirt ins Auge gelangte; die Verschiebung entsprach einer Beschleunigung der metallisch reflectirten gegen die gewöhnlich reflectirten Strahlen und nahm mit wachsendem Einfallswinkel (von 0) bis 0,3 Fransenbreite zu. Für Licht \perp zur Einfallsebene polarisirt fielen die Interferenzstreifen Luft-Metall mit den Interferenzstreifen Luft-Luft zusammen.

Bei mehrfacher Wiederholung dieser Versuche fand ich später zum Theil ganz andere Resultate. Auch für Licht \perp

1) Berl. Mon. Ber. 18. 12. 1862. S. 718. Pogg. Ann. Bd. 118, S. 445. 1863.

zur Einfallsebene polarisirt betrug die Verschiebung in einigen Fällen 0,3 Fransenbreiten, in anderen Fällen, unter scheinbar denselben Umständen, war sie wie früher 0.

Diese Veränderlichkeit der Verschiebung ist zum Theil durch lamellare Beugungserscheinungen bedingt, die an der Gränze der Metallbelegung des Glases auftreten (vergl. Abschn. XI), zum Theil durch eine verschiedene Accommodation des Auges, deren Einfluss ich schon oben (§. 122) näher erörtert habe. Der letztere tritt noch deutlicher hervor, wenn man zwischen Auge und Prisma ein Fernrohr einschaltet. Ist das Auge resp. das Beobachtungsfernrohr auf unendliche Entfernung eingestellt, so stören einmal die lamellaren Beugungserscheinungen; ferner vereinigen sich in einem Punkte der Netzhaut Strahlen verschiedener Horizontalebenen, die zum Theil an der Gränze von Glas und Luft, zum Theil an der Gränze von Glas und Metall reflectirt worden sind. Die Interferenzstreifen erscheinen also verwaschen. Findet außerdem die metallische oder die gewöhnliche Reflexion nur auf einem schmalen horizontalen Streifen der Hinterfläche der Glasplatte G_2 statt, wie es bei jenen Versuchen vom Jahre 1862 meistens der Fall war, so überwiegt die Intensität der Interferenzstreifen in dem größeren Theil des Gesichtsfeldes und die Verschiebung der Interferenzstreifen ist scheinbar 0. Das letztere tritt um so eher ein, je geringer die Intensität des einen der beiden ungleichartigen Strahlenbündel ist, durch deren gegenseitige Einwirkung die verschobenen Interferenzstreifen entstehen. Da Licht \perp zur Einfallsebene polarisirt im Allgemeinen die schwächere Intensität hat, so wird bei diesem auch die Verschiebung der Interferenzstreifen sich am ersten der Wahrnehmung entziehen.

Die erwähnten Fehlerquellen werden vermieden, wenn man die Interferenzstreifen stets mit einem Fernrohr beobachtet, welches auf den Rand der reflectirenden Metalllamelle eingestellt wird. Um dies möglich zu machen, ohne unnöthig an Lichtintensität zu verlieren, empfiehlt es sich die reflectirende Metallfläche auf der Hinterfläche der ersten

die Glasplatte G_1 anzubringen, so daß das Strahlenbündel 2 in seinem oberen Theile durch gewöhnliche, in seinem unteren Theile durch metallische Reflexion entstanden ist. Natürlich sieht man dann keine (scharfen) Fraunhofer'schen Linien im Spectrum.

Bei der in Tabelle XCIV aufgeführten Versuchsreihe wurde zum Theil der Interferenzapparat in der Form des §. 80 (Fig. 13 Taf. II Pogg. Ann. Bd. 132) mit Jamin'schem Compensator benutzt, mit der Abänderung jedoch, daß auf das die Objectivlinse enthaltende Ende des Collimators ein Theilkreis mit Nicol'schem Prisma aufgeschoben wurde. Je nach der Stellung des Nicol'schen Prismas wurde dann ein Bündel paralleler Lichtstrahlen \mp oder \perp zur Reflexionsebene polarisirt an der Glasplatte G_1 reflectirt. Der Einfallswinkel J , unter welchem die Lichtstrahlen auf die Vorderfläche der Glasplatte G_1 auffielen, wurde mit einem Anlege-Goniometer geschätzt. Durch Rechnung liefs sich dann der zugehörige Brechungswinkel J_1 im Innern des Glases finden.

Bei einem anderen Theil der Versuchsreihe XCIV war der Jamin'sche Compensator fortgelassen, die beiden planparallelen Glasplatten G_1 und G_2 standen ziemlich nahe aneinander, und waren auf zwei Schlitten S_1 und S_2 befestigt, die eine jede Platte parallel mit sich selbst in horizontaler Richtung zu verschieben erlaubten (Fig. 3 Taf. V). Die Schlitten aus schwarzgebranntem Messing bewegten sich zwischen Schienen aus demselben Material, welche mit einem Zapfen z in der Mitte eines horizontalen Kreises befestigt werden konnten.

Die Glasplatten wurden mit Wachs auf den Schlitten S_1 und S_2 befestigt und, am Rande durch einen schmalen vertikalen Papierstreifen getrennt, gegeneinander gedrückt. Die Flächen beider Glasplatten waren dann unter einem Winkel von $5'$ bis $15'$ gegeneinander geneigt und reflectirten bei passender Entfernung von einander das vom Collimator auffallende Bündel polarisirter paralleler Lichtstrahlen in einen Hoffmann'schen Spectral-Apparat *à direct vision* mit astronomischem Beobachtungsfernrohr, von dem

ich den Collimator abgeschraubt hatte. Ein Schirm von schwarzem Papier mit einem Spalt von passender Breite ($\frac{1}{2}$ bis 3^{mm}) liefs nur die reflectirten Strahlenbündel II. Ordnung (vergl. §. 79 und 80) in den Prismenapparat gelangen. Der Horizontalkreis mit den geneigten Glasplatten war in horizontaler Richtung, Beobachtungsfernrohr mit Spectralapparat in horizontaler und vertikaler Richtung parallel mit sich selbst und normal gegen die Richtung der einfallenden Strahlen zu verschieben.

Bei der Einstellung des Beobachtungsfernrohrs auf unendlich sah man Fraunhofer'sche Linien und diesen parallel vertikale Interferenzstreifen im Spectrum. Zog man das Ocular des Beobachtungsfernrohrs aus, so verschwanden die ersteren. Die dicken Glasplatten G_1 und G_2 wurden zuerst so gestellt, dafs sie das vom Collimator einfallende Licht auf diesen zurückwarfen; der Einfallswinkel betrug in diesem Falle 0° . Die am Horizontalkreis abgelesene Drehung gab dann direct den Einfallswinkel J in Luft und durch Rechnung den zugehörigen Einfalls- oder Brechungswinkel in Glas.

Um bei der Verschiebung der Interferenzstreifen im Spectrum keinen Zweifel über eine ganze Anzahl von Wellenlängen zu lassen, wurde die Hinterfläche der Glasplatte mit einer doppelt keilförmigen Silberschicht belegt, so dafs die Kante des Keils horizontal lief. Das Beobachtungsfernrohr war auf diese Silberschicht eingestellt, was sich mit Hülfe einer derselben zeitweise genäherten Metallspitze leicht erreichen liefs.

Die Interferenzstreifen hatten an der dünnsten Stelle der Silberlamelle normale Lage und erschienen in der Weise, wie es die Fig. 4 Taf. V angiebt. Von einer gewissen Silberdicke an waren die Streifen nicht mehr gekrümmt, sondern vertikal.

Die Verschiebung der Interferenzstreifen an der dicksten gegen die an der dünnsten Stelle der Silberlamelle betrug stets weniger als 1 Streifenbreite. Die Interferenzstreifen der dünnsten und dicksten Stelle hingen, was ich nicht erwartet hatte, bei fast allen Versuchen für die verschie-

densten Einfallswinkel durch zwei dunkle Bogen zusammen. Gewöhnlich erscheint der längere Bogen matter, als der andere kürzere, aber er war meist vorhanden. Man kann daher durch den Versuch nicht entscheiden, ob die Verschiebung um y Fransenbreiten nach der einen, oder um $(1 - y)$ Fransenbreiten nach der anderen Seite erfolgt ist. Der Versuch läßt, wie die Rechnung, in dieser Beziehung eine Unbestimmtheit.

In den folgenden Angaben über die Verschiebung der Interferenzstreifen sind daher die Verschiebungen alle positiv angegeben, und zwar entspricht einer positiven Verschiebung eine Beschleunigung der Phase des metallisch reflectirten gegen den gewöhnlich reflectirten Strahl.

Bei Versuchen mit Quecksilber (Spiegelfolie), Gold oder Platin wurde die Hinterfläche der Glasplatte G_1 mit einer Schicht gleichförmiger Dicke belegt. Dieselbe war bei Quecksilber und Gold ganz, bei Platin beinahe undurchsichtig, d. h. unendlich dick. Das Gold war in der §. 41 beschriebenen Weise erhalten und auf das Planglas aufgelegt worden. Das Platin wurde durch Erhitzen einer Platinlösung mit Lavendelöl auf einer Spiegelglasplatte erhalten, und ähnlich wie das Gold durch Berührung mit einem Zinkstäbchen in verdünnter Chlorwasserstoffsäure abgelöst, mit destillirtem Wasser ausgewaschen, auf die planparallele Glasplatte G_1 gebracht und bis zur Verdunstung des anhaftenden Wassers erwärmt ¹⁾.

Natürlich kann man mit dieser Methode nur Phasenunterschiede für Einfallswinkel J_1 im Glase bestimmen, die kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion sind.

Für andere Einfallswinkel benutzte ich zwei Glasstücke mit planparallelen Flächen in Form Fresnel'scher Parallelipedes, dieselben, welche zu den Versuchen des §. 87 gedient hatten. Dieselben wurden in der durch Fig. 5, Taf. V angegebenen Weise in den Interferenzapparat des §. 80 eingeschaltet, nachdem die eine Seitenfläche des ersten Parallelipedons II_1 zur Hälfte mit einer keilförmigen

1) Vergl. Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863. S. 130. Pogg. Ann. Bd. 119, S. 384. 1863.

Silberschicht, oder auf den unteren Theile mit einer gleichförmig dicken Schicht von Silber, Gold, Platin oder Spiegelfolie belegt worden war. Das Beobachtungsfernrohr wurde auf den Rand dieser Metalllamelle eingestellt. Die dicken Glasplatten G_1 und G_2 waren etwa unter 70° gegen die einfallenden Strahlen geneigt und ohne jede Metallbelegung.

Die für diese Versuche benutzten und mit Metallbelegungen versehenen Gläser hatten nahezu dieselben optischen Constanten, wie das früher (§. 30, 112) benutzte Crown-glasprisma No. 173, und habe ich deshalb in den folgenden Tabellen überall den Werth von J_1 , der diesem entsprechen würde, angegeben. Das keilförmige Silber No. 178 war mit einer Cylinderfläche von 40^{mm} Radius, No. 210 mit einer solchen von $4^{\text{mm}},5$ Radius erhalten worden. Unter den einzelnen Columnen stehen die mit dem Babinet'schen Compensator (§. 39) bestimmten Werthe des Haupteinfallswinkels H und Hauptazimuths B des betreffenden Metalls und die Brechungsexponenten n des Glases für rothes Licht (Fraunhofer'sche Linie D).

XCIV.

Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall und der an der Gränze von Glas und Luft reflectirten Strahlen.

J	J_1	Silber berechnet		Keilförmiges Silber No. 178 beob.		Silber No. 22 beob.		Keilförmiges Silber No. 210 beob.	
		\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp
		λ	λ	λ	λ			λ	λ
10°	6° 35'	0,39	0,38	0,4	0,4			0,4	0,4
20	13 3	0,39	0,38	0,4	0,4				
30	19 26	0,39	0,37			0,3	0,3	0,3	0,3
40	25 6	0,40	0,37	0,3	0,3				
45	27 50	0,40	0,36			0,3	0,3		
50	29 37	0,40	0,36	0,35	0,35	0,3	0,25	0,35	0,35
52	31 21	0,40	0,36			0,3	0,2		
57	33 7	0,41	0,23	0,4	0,5	0,3	—		
58° 30'	34 15	0,41	0,96	0,4	0,6				
60	34 52	0,41	0,85	0,4	0,8	0,3	0,95	0,3	—
70	38 20	0,41	0,88	0,4	0,85	0,3	1,0	0,2	0,65
—	56 52	0,20	0,44	(0,2)	(0,4)			0,2	0,4
		$H = 71^\circ 13'$		$n = 1,526$				$n = 1,530$	
		$B = 38^\circ 6'$							

Gold No. 40.				Platin No. 50.				Quecksilber No. 13.			
J	J _i	berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
		λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
20°	13° 3'	0,37	0,36	0,3	0,3	0,40	0,39	0,2	0,2	0,43	0,43
30	19 26	0,37	0,36	0,2	0,2	0,41	0,39	0,2	0,2	0,43	0,43
40	25 6	0,37	0,35	0,35	0,35	0,41	0,38	0,2	0,1	0,42	0,42
50	29 37	0,38	0,34	0,3	0,3	0,41	0,37	0,2	—	0,41	0,41
60	34 52	0,38	0,35	—	—	0,42	0,36	0,2	0,9	0,44	0,44
70	38 20	0,39	0,34	0,3	0,3	0,43	0,36	0,25	0,8	0,44	0,44
80	40 33	0,39	0,34	0,3	0,3	0,43	0,36	0,25	0,8	0,45	0,45
—	56 52	0,18	0,42	0,2	0,45	0,43	0,86	0,22	0,22	0,51	0,51
				H = 67° 9'				H = 64° 38'			
				B = 42°				B = 15° 12'			
				n = 1,53				n = 1,53			
								H = 77° 3'			
								B = 33° 47'			
								n = 1,53			

§. 129.

Eine andere Reihe von Messungen um den Phasenunterschied bei Reflexion in Glas an der Gränze mit Luft gegen die Reflexion an der Gränze mit Metall für alle möglichen Einfallswinkel zu bestimmen, habe ich mit den Interferenzstreifen Billet'scher Halblinsen durchgeführt.

Der Apparat hatte die in §. 78, (Fig. 2 und 4 Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132, 1867) beschriebene Anordnung. Sonnenlicht fiel von einem Heliostaten durch einen Spalt und ein Nicol'sches Prisma auf die cylindrischen Halblinsen. Die beiden realen Bilder des Spaltes lagen etwa 800^{mm} hinter den Halblinsen auf der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Crownglasprismas, das auf dem Schlitten Q des Kreises $K_1 K_2$ aufgestellt war. Waren die cylindrischen Halblinsen entfernt, und die Kreistheilung auf 0° gestellt, so warf die Kathetenfläche AB des Crownglasprismas die auffallenden Strahlen nach dem Spalt zurück. Die Theilung des Kreises bestimmte also den Winkel i , unter welchem die Strahlen die Kathetenfläche AB trafen, und konnten daraus in der früher (§. 4 und 111) beschriebenen Weise die in der folgenden Tabelle XCV aufgeführten Einfallswinkel J_1 für die Hypotenusenfläche des Prismas gefunden werden, da der Brechungsexponent μ und der Winkel B des Prismas bekannt waren.

Das von der einen Cylinderlinse entworfene Bild des Lichtspaltes fiel auf die mit einer keilförmigen Silberschicht belegte Hypotenusenfläche des Glasprismas, das von der anderen Cylinderlinse entworfene Bild auf den unbelegten Theil derselben Fläche. Die von der Hypotenusenfläche reflectirten Strahlen bildeten dann Interferenzstreifen, die in 290^{mm} Entfernung von derselben mit der Fresnel'schen Lupe M betrachtet wurden.

Wegen der lamellaren Beugung, die gleichzeitig am Rande der Silberlamelle auftritt, erschienen die Interferenzstreifen mehr oder weniger deutlich, wie ich dies schon oben §. 122 näher erörtert habe. Ich habe mich daher auch darauf beschränkt für Licht \neq oder \perp zur Reflexions-

ebene der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas polarisirt in Zehnthteilen von Fransenbreiten die Größe der Verschiebung anzugeben, um welche die Streifen der dünnsten Stelle der Silberlamelle entsprechend (1. Streifensystem) gegen die der dicksten Stelle entsprechenden (2. Streifensystem) verschoben werden.

Im Allgemeinen hängt jeder Streifen des 1^{ten} Systems mit den beiden benachbarten Streifen des 2^{ten} Systems durch zwei gekrümmte dunkle Bogen zusammen, entsprechend der Erscheinung bei dem früher (§. 80 und 128) benutzten Interferenzapparat. Zuweilen fällt durch irgend eine kleine Aenderung in der Anordnung des Apparates der eine gekrümmte Verbindungsstreifen fort, und es hängt nur ein Streifen des 2^{ten} Systems mit einem Streifen des 1^{ten} zusammen. Da derselbe bald dem größeren, bald dem kleineren Abstände, d. h. bald einer Verschiebung nach rechts, bald einer nach links entspricht, so bleibt auch bei diesen Versuchen, wie bei denen mit dem anderen Interferenzapparat, unentschieden, ob für dicke undurchsichtige Silberschichten die Phasendifferenz oder Interferenzstreifen-Verschiebung positiv oder negativ ist. Im Folgenden habe ich wie früher die Phasendifferenz oder Interferenzstreifen-Verschiebung stets positiv angegeben, so daß der metallisch reflectirte Strahl gegen den gewöhnlich oder total reflectirten Strahl beschleunigt war.

Für dünne durchsichtige Silberschichten hängt der Phasenunterschied der von Glas und Metall reflectirten Strahlen von der Dicke des Metalls ab, mag das Licht \perp oder \parallel zur Reflexionsebene polarisirt seyn.

Das keilförmige Silber No. 177 der folgenden Tabelle war mit einer Cylinderfläche von 4^{mm},5 Radius auf einem Planparallelglas vom Brechungsexponenten 1,494 erhalten. Das Planparallelglas wurde mit seiner unbelegten Fläche mittelst Terpenthinöl auf der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas No. 173 befestigt. Die Einfallswinkel J_1 waren in Wirklichkeit also etwas größer, als in der Tabelle angegeben ist. Man konnte auf diese Weise dasselbe Silber

auch nach der Methode des §. 128 untersuchen. Beide Methoden ergeben dieselben Resultate.

Die undurchsichtige Goldschicht No. 11 lag direct auf der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas (wie in §. 41) und nahm etwa den vierten Theil dieser Fläche ein. Bei den Versuchen mit dieser Goldschicht fiel das Sonnenlicht durch einen vertikalen Spalt und ein Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt \neq oder \perp zur Reflexionsebene stand, auf eine Cylinderlinse mit vertikaler Cylinderaxe von 28^{mm} Brennweite.

XCV.

Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall, und der an der Gränze von Glas und Luft reflectirten Strahlen.

J	Silber No. 177.				Gold No. 11.			
	berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet	
	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp
6° 35'	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
13 3	0,38	0,38	0,3	0,3				
19 26	0,38	0,38	0,3	0,3	0,37	0,36	0,0	0,0
25 6	0,39	0,37	0,3	0,3	0,37	0,36	0,2	0,2
27 50	0,39	0,36	0,35	0,3	0,37	0,34	0,35	0,35
29 37	0,39	0,36	0,3	0,3	0,38	0,34	0,4	0,0
34 52	0,40	0,35	0,4	—				
38 20	0,40	0,37	0,3	0,9	0,38	0,85	0,3	0,1
41 3	0,40	0,86	0,3	0,9	0,39	0,84	0,4	0,9
41 19	0,41	0,85	0,4	0,7	0,39	0,83	0,4	0,8
41 29					0,39	0,83	0,3	0,8
41 42					0,37	0,77	0,4	0,75
42 9					0,36	0,75	0,3	0,7
43 1	0,40	0,68	0,4	0,75	0,35	0,72	0,2	0,6
45	0,30	0,65	0,3	0,8	0,32	0,67	0,2	0,5
48 18					0,29	0,60	0,2	0,55
50 17	0,25	0,51	0,2	0,6	0,25	0,53	0,2	0,45
56 52	0,19	0,44	0,2	0,5	0,23	0,50	0,1	0,35
61	0,16	0,38	0,2	0,4	0,18	0,42	0,2	0,4
72 50					0,15	0,37	0,1	0,2
					0,09	0,25	0,1	0,2
	$H = 69^\circ 53'$				$H = 67^\circ 9'$			
	$B = 42^\circ 32'$				$B = 42^\circ$			

§. 130.

Wird die Phasenänderung bei der Reflexion auf Luft in Glas für Licht \neq oder \perp zur Einfallsebene polarisirt

mit p_1 und s_1 bezeichnet, und diese Gröſſe positiv gerechnet, wenn die Phase verzögert wird, so ist nach der von Cauchy¹⁾ und Eisenlohr²⁾ gegebenen Theorie für Einfallswinkel $<$ als der Gränzwinkel der totalen Reflexion angenähert

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} p_1 &= 0 \\ \operatorname{tg} s_1 &= \varepsilon_1 \sin J_1 \operatorname{tg} (J + J_1) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

für Einfallswinkel $>$ als der Gränzwinkel der totalen Reflexion

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{p_1}{2} &= \frac{1}{n \cdot \cos J} \sqrt{n^2 \sin^2 J - 1} \\ \operatorname{tg} \frac{s_1}{2} &= \frac{n}{\cos J} \sqrt{n^2 \sin^2 J - 1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

für Reflexion in Luft hätte man analog

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} p &= 0 \\ \operatorname{tg} s &= \varepsilon \sin J \cdot \operatorname{tg} (J + J_1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

wo n den Brechungsexponenten, ε und ε_1 die Ellipticitätscoefficienten, und J und J_1 correspondirende Einfallswinkel für Reflexion in Luft und Glas bezeichnen (vergl. §. 35).

Bezeichnet man dieselbe Phasenänderung für metallische Reflexion in Luft mit P und S , so ist ebenfalls angenähert³⁾:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} P &= \sin 2B \cdot \operatorname{tg} \left(2 \operatorname{arc.} \operatorname{tg.} = \frac{\cos J}{\sin H \operatorname{tg} H} \right) \\ \operatorname{tg} S &= \sin 2B \cdot \operatorname{tg} \left(2 \operatorname{arc.} \operatorname{tg.} = \cos J \sin H \operatorname{tg} H \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wo J der betreffende Einfallswinkel, H und B Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth bezeichnen. Für metallische Reflexion in Glas gelten dieselben Gl. 4. H und B sowie P und S haben dann andere Werthe wie für Reflexion in Luft. Die letzteren beiden Gröſſen sollen im Folgenden für Reflexion in Glas den unteren Index 1 erhalten.

Die mit den Ausdrücken 1 bis 4 angenähert berechneten Werthe unterscheiden sich nur um sehr kleine Gröſſen von denen der genaueren Rechnung. Der Unterschied ist so

1) *Compt. rend.* IX. p. 730. 1839.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 104, S. 355. 1858 und Bd. 136 S. 573. 1869.

3) *Compt. rend.* Bd. XXVI, S. 87. 1848. *Pogg. Ann.* Bd. 104 S. 371. 1858. Vergl. auch diese Untersuchungen §. 39.

gering, dafs er mit den jetzigen experimentellen Hilfsmitteln sich nicht mehr feststellen läfst.

In Fig. 8 Taf. V habe ich die verschiedenen Werthe von p_1 und s_1 und von P_1 und S_1 für Reflexion in Glas, in Fig. 9 die analogen Werthe von ps und PS für Reflexion in Luft, als Ordinaten einer Curve zu den verschiedenen Einfallswinkeln als Abscisse aufgetragen. Die $\operatorname{tg} \varphi$ entspricht sowohl einem Winkel φ als einem Winkel $\pm 180^\circ + \varphi$, so dafs eine Willkürlichkeit von π oder $\frac{\lambda}{2}$ in der Bestimmung der durch Reflexion erzeugten Phasen- oder Gangunterschiede bleibt. Die in der Zeichnung angegebenen Werthe sind mit Rücksicht auf andere Untersuchungen (§. 136) gewählt. Man würde jedoch mit gleichem Rechte die Ordinaten der Curven für die parallel der Reflexionsebene erfolgenden Lichtschwingungen um $\frac{\lambda}{2}$ vergrößern oder verkleinern können, so dafs für den Einfallswinkel 0° die Ordinaten von p_1 und s_1 , von P_1 und S_1 usw. identisch würden. Ich werde später hierauf noch zurückkommen.

Die Curven für s_1 und S_1 haben grofse Aehnlichkeit mit denen für die Phasendifferenz der Strahlen \mp und \perp zur Einfallsebene polarisirt (Pogg. Ann. Bd. 128 Taf. XI Fig. 16, 1866).

Die Abweichungen der beobachteten von den berechneten Werthen der Phasenänderung in den Tabellen XCIV und XCV der §. 128 und 129 für Reflexion in Glas liegen bei totaler Reflexion innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler.

Bei gewöhnlicher Reflexion ist diese Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung zwar in vielen Fällen, aber durchaus nicht immer vorhanden. Die Abweichungen betragen bei den aufgeführten Versuchen bis 0,2 Wellenlänge, bedeutend mehr, als nach der Genauigkeit der Versuche zulässig ist.

Ueberhaupt mufs ich bei dieser Gelegenheit bemerken, dafs die in §. 128 und 129 beschriebenen Versuche, auch

wenn man statt der Billet'schen Halblinsen ein Interferenzprisma oder Fresnel'sche Spiegel anwendet, manche Schwierigkeiten bieten. Die Interferenzstreifen werden plötzlich, ohne dafs ein bemerkbarer äufserer Grund vorliegt, deutlicher oder undentlicher. Diese Aenderung tritt nur auf, wenn die beiden interferirenden Strahlen verschiedene Reflexion erfahren haben. Bei den gewöhnlichen Interferenzstreifen, wo beide interferirenden Strahlen in derselben Weise reflectirt worden sind, habe ich dieselbe niemals beobachtet. Ja es kommt vor, dafs die Verschiebung der Interferenzstreifen gegen die normalen nicht verschobenen Interferenzstreifen sich plötzlich ändert. Eine Zeit lang war ich geneigt, dies der verschiedenen Accommodation meines Auges zuzuschreiben (vergl. §. 122 und 128). Die Erscheinung tritt aber auch bei Anwendung eines Beobachtungsfernrohrs in dem Interferenzapparat mit Prisma (§. 80) auf, und würde diese Erklärung auch bei gewöhnlichen, durch eine Fresnel'sche Lupe beobachteten Interferenzstreifen nicht genügen.

Oft habe ich, und zwar gerade bei meinen ersten Versuchen dieser Art ¹⁾, für kleine Einfallswinkel den Phasenunterschied der gewöhnlich und metallisch reflectirten Strahlen bei Reflexion in Glas nicht $0^{\frac{1}{4}}$ sondern $= 0$ gefunden. Später ist dies nur selten der Fall gewesen. Ein Mal habe ich sogar in den mit Silber belegten Fresnel'schen Parallelpipeden und dem Interferenzapparat mit dicken Glasplatten und Prisma (§. 128) doppelt so viel Interferenzstreifen in dem verschobenen Streifensystem, als in dem ursprünglichen normalen gesehen.

Diese Unregelmäßigkeiten habe ich bei der Bestimmung des Phasenunterschiedes des an derselben Fläche reflectirten Lichtes \mp und \perp zur Einfallsebene polarisirt nicht bemerkt. Sie traten auch in den Versuchen der §. 128 und 129 gleichzeitig für Licht \mp und \perp zur Einfallsebene polarisirt auf, und es wäre möglich, dafs sie von condensirten Gasen und Dämpfen an der Oberfläche der reflectirenden

1) Berl. Mon. Ber. 18. 12. 1862. S. 729. Pogg. Ann. Bd. 118, S. 450. 1863.

Flächen herrührten ¹⁾. Möglicherweise haben sie aber einen optischen Grund und beruhen auf einer Eigenthümlichkeit des auffallenden Lichtes. Darüber würden natürlich nur weitere Versuche entscheiden können.

Auffallend ist es mir ferner gewesen, daß die Aenderung der Fransenverschiebung nahezu eine halbe Streifenbreite zu betragen schien, während die Größen $p_1 s_1$ etc. in den Gl. 1 bis 4 auch durch die Tangente bis auf $\pm 180^\circ$ oder $\pm \frac{\lambda}{2}$ bestimmt sind.

§. 131.

Man kann den Phasenunterschied der metallisch und der gewöhnlich oder total reflectirten Lichtstrahlen bei Reflexion in Glas auch noch mit anderen Interferenzapparaten bestimmen, in ähnlicher Weise, wie es in den §§. 128 und 129 geschehen ist.

Die einfachste Methode gewähren die lamellaren Beugungserscheinungen, welche in der Nähe des geometrischen Schattens der Gränze einer Metallbelegung auf der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Prismas auftreten, wenn auf diese Licht von einem leuchtenden Punkte auffällt. Die Minima der Lichtintensität haben gegen diesen geometrischen Schatten verschiedene Lage, je nachdem das Licht \neq oder \perp zur Reflexionsebene polarisirt ist. Die Vergleichung der Theorie mit diesen schon früher (Abschnitt XI) von mir beschriebenen Versuchen hat Jochmann ²⁾ ausführlich durchgeführt. Für totale Reflexion stimmen Theorie und Erfahrung vollkommen überein, für gewöhnliche Reflexion weniger. Die für den Versuch sehr bequeme Methode hat den Uebelstand besonders wegen der ungleichen Intensität der interferirenden Strahlen eine lange Rechnung zu erfordern.

1) Vergl. §. 122. Die Versuche vom Jahre 1862 wurden zum größten Theil in einem Zimmer mit Fensterladen aus frischem kiehnenen Holze angestellt, so daß stets ein starker Geruch nach Kiefernharz oder Terpenthin wahrzunehmen war.

2) Pogg. Ann. Bd. 136 S. 578. 1869.

Poggendorff's Annal. Bd. CXLII.

Läßt man das Licht eines Spaltes in einem dunklen Schirm von der Hypotenusenfläche eines Prismas in Glas reflectiren, welche mit einem Silber-Gitter belegt worden (§. 119), so ist die Intensität des centralen oder gleichsam direct gesehenen Spaltbildes ein Minimum, wenn der Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall und von Glas und Luft reflectirten Strahlen $\frac{\lambda}{2}$ beträgt (vergl. §. 108).

Die in §. 119 und 120 enthaltenen Beobachtungen geben für Licht \perp zur Einfallsebene polarisirt als Einfallswinkel J_1 etc., bei denen dieß eintritt, für Silber 50° , für Gold 49° . Der Theorie nach ist der Gangunterschied für diese Einfallswinkel in Uebereinstimmung hiermit $0,53$ resp. $0,5$ Wellenlänge.

Für Licht \mp der Einfallsebene polarisirt verlischt niemals das centrale Bild des Spaltes zwischen den reflectirten Beugungsspectren, d. h. der Gangunterschied der metallisch und total (oder gewöhnlich) reflectirten Strahlen beträgt niemals $\frac{\lambda}{2}$ in Uebereinstimmung mit der Theorie. Das centrale Bild hat ein Minimum der Lichtstärke für Licht \mp der Reflexionsebene polarisirt bei Silber für $J_1 = 40^\circ 45'$, und in der That nähert sich für diesen Einfallswinkel, der wenig kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion ($41^\circ 19'$) des betreffenden Glasprismas ist, der theoretisch berechnete Gangunterschied der interferirenden Strahlen am meisten einer halben Wellenlänge.

Statt der Billet'schen Cylinderlinsen habe ich auch wohl Fresnel'sche Interferenzspiegel oder ein Interferenzprisma benutzt, und unmittelbar hinter diesen ein Glasprisma oder ein Fresnel'sches Parallelipedum angebracht, deren eine Fläche zum vierten Theil mit Silber, Gold, Platin oder Spiegelfolie belegt war. Die Versuche führten genau zu denselben Interferenzstreifenverschiebung oder demselben Phasenunterschiede der interferirenden Strahlen, wie die ähnlichen des §. 129. Die normalen Interferenzstreifen Luft-Luft (1. Streifensystem) gehen allmählich in

die Interferenzstreifen Luft-Metall (2. Streifensystem) über. Die Uebergänge finden gewöhnlich in der Art statt, daß sie zwei Interferenzstreifen der beiden Streifensysteme verbinden, die durch ein Intervall kleiner als eine halbe Streifenbreite von einander getrennt sind. Seltener treten die Uebergänge bei den Intervallen größer als eine halbe Streifenbreite auf; noch seltener sieht man beide Uebergänge gleichzeitig. Diese Uebergänge ändern ihr Ansehen je nach der Neigung des Lichtspaltes oder der Bilder desselben gegen die Gränze der Metallbelegung, und rühren von der lamellaren Beugung an dieser Gränze her. Die Uebergänge sind undeutlich, wenn die lamellaren Beugungsfransen undeutlich sind, wie z. B. für Licht \perp zur Einfallsebene polarisirt beim Beginn der totalen Reflexion (§. 112). Man darf diese Uebergänge (vergl. §. 127) also nicht als ein Kennzeichen für die Zusammengehörigkeit zweier Streifen der beiden Interferenzstreifensysteme benutzen.

Da äußere lamellare Beugungsstreifen in anderer Weise (von $\sqrt{\lambda}$) von der Wellenlänge abhängen als die gewöhnlichen Interferenzstreifen (von λ), so läßt sich der Einfluß der ersteren auf die Lage der letzteren in vielen Fällen dadurch wahrnehmen, daß man ein rothes oder ein blaues Glas vor das Auge hält. Die Interferenzstreifen haben im Falle der Störung durch äußere lamellare Beugungsstreifen für beide Farben ein ganz verschiedenes Ansehen.

Bei Anwendung von weißem Licht kann man aus den früher (§. 122) erörterten Gründen die eine weiße centrale Stelle, welche einem Gangunterschiede 0 für alle Farben entsprechen würde, nicht mehr erkennen, und ist aus einer solchen über den absoluten positiven oder negativen Werth des Phasenunterschiedes nichts zu entnehmen.

Reflexion in Luft.

§. 132.

Noch größere Schwierigkeiten als die Reflexion in Glas bietet die Reflexion in Luft für die Bestimmung des Pha-

senunterschiedes der gewöhnlich und metallisch reflectirten Strahlen.

Den einfachsten Weg in experimenteller Beziehung gewähren wieder die lamellaren Beugungserscheinungen wie bei Reflexion in Glas (§. 111).

Eine schwarze Glasplatte wurde mit dem Martin'schen Verfahren mit einer undurchsichtigen Silberschicht gleichförmiger Dicke versehen, und in diese Silberschicht ein Spalt von der Breite $2c$ gehobelt (§. 92). Diese schwarze Glasplatte T wurde vertikal auf dem horizontalen Kreise $K_1 K_2$ des Apparates §. 93 (Fig. 4, Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132. 1867) so befestigt, daß die Spaltränder horizontal lagen, in der Entfernung a von dem leuchtenden Punkte (dem von einer Linse von 25^{mm} Brennweite entworfenen Sonnenbildchen) und in der Entfernung b von der Fresnel'schen Lupe. Die Kreistheilung stand auf 0° , wenn die direct ohne die Beleuchtungslinse in horizontaler Richtung auf die reflectirende Fläche auffallenden Sonnenstrahlen nach der Schirmöffnung zurückgeworfen wurden, vor welcher die Beleuchtungslinse befestigt war. Die unter dem an der Kreistheilung abgelesenen Einfallswinkel J von der Silber- und Glasfläche reflectirten Strahlen bildeten in der Nähe des geometrischen Schattens der Spaltränder lamellare Beugungsstreifen, die mit einem rothen vor das Auge gehaltenen Glase beobachtet wurden.

In der folgenden Tabelle XCVI. a . sind die Entfernungen M des ersten Minimums vom geometrischen Schatten der Lamellengränze angegeben, je nachdem das Licht durch ein zwischen Heliostat und Beleuchtungslinse aufgestelltes Nicol'sches Prisma \mp oder \perp zur Reflexionsebene polarisirt war. Die beobachteten Werthe sind das Mittel aus sechs Messungen und positiv gerechnet, wenn das Minimum außerhalb des durch die Spaltränder und das Bild des leuchtenden Punktes gebildeten kegelförmigen Raumes lag. Unter jeder Versuchsreihe stehen die mit dem Babinet'schen Compensator in der früher (§. 39 und 28) beschriebenen Weise bestimmten Werthe des Haupteinfallswinkels H und

des Hauptazimuths B für die betreffende Silber und Glasfläche. Die schwarze Glasplatte des Silbers No. 179 war anscheinend durch atmosphärische Einflüsse verändert.

XCVI. a.

Lamellare Beugungserscheinungen bei Reflexion von schwarzem Glas und Silber.

Roths Licht.

$$a = 962^{\text{mm}}, \quad b = 290^{\text{mm}}, \quad \lambda = 0^{\text{mm}},5885.$$

Silber No. 179.					Silber No. 180.			
$2c = 1^{\text{mm}},616$		$2c = 2^{\text{mm}},888$			$2c = 1^{\text{mm}},777$		$2c = 1^{\text{mm}},865$	
M		M			M		M	
J	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
10°	-0,184	-0,167	-0,119	-0,121	-0,104	-0,116	-0,144	-0,159
20	-0,107	-0,109	-0,106	-0,116	-0,104	-0,113	-0,102	-0,101
30	-0,054	-0,072	-0,084	-0,096	-0,054	-0,049	-0,076	-0,086
40	-0,037	-0,107	-0,042	-0,076	-0,008	-0,075	-0,059	-0,039
50	0,030	—	-0,001	—	0,001	—	-0,059	—
60	0,123	—	0,053	—	0,057	—	0,033	—
70	0,093	-0,062	0,098	-0,089	0,077	-0,089	0,036	-0,157
80	0,176	0,120	0,104	0,044	0,175	0,065	0,064	0,003
Silber No. 179					Silber No. 180			
$H = 77^\circ 26'$		$B = 44^\circ 19',5$			$H = 77^\circ 46'$		$B = 44^\circ 21'$	
$\varepsilon = 0^{\text{mm}},000150$					$\varepsilon = 0^{\text{mm}},000120$			
Schwarzes Glas					Schwarzes Glas			
$H_1 = 54^\circ 35'$		$B_1 = 0^\circ 32'$			$H_1 = 56^\circ 55'$		$B_1 = 1^\circ 10'$	

Die Lage des Minimums ist durch die Gl.

$$M = C \sqrt{\frac{\lambda}{2} \cdot b \cdot \frac{a+b}{a}} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

gegeben, wo die Constante C von dem Phasenunterschiede und dem Amplitudenverhältniss der interferirenden Strahlen abhängt. Der Phasenunterschied Δ besteht aus zwei Theilen. Der erste Theil Δ' rührt davon her, dass die Phase bei Reflexion von Glas in anderer Weise geändert wird, als bei Reflexion von Metall, der zweite Theil Δ'' davon, dass die beiden reflectirenden Flächen um die Dicke ε der Silberlamelle auf der schwarzen Glasplatte von einander

entfernt sind. Man hat also nach den Bemerkungen des §. 130 und §. 99

$$d = d' + d'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$d' = p - P \text{ oder } = s - S \quad . \quad . \quad (7)$$

$$d'' = \frac{2 \varepsilon \cos J}{\lambda} 2\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wo die früher gebrauchten Bezeichnungen beibehalten sind. Die in Tabelle TCVI. a. angegebene Dicke ε wurde nach Beendigung der übrigen Messungen aus der Farbe bestimmt, welche das durch Auflegen von Jod in Jodsilber verwandelte Silber an den Rändern des Spaltes zeigte (§. 51).

Aus dem Mittel der für dasselbe Silber und Glas bei verschiedener Spaltbreite beobachteten und in Tab. XCVI a aufgeführten Größen M wurde mit Gl. 5 der Werth der Constante C abgeleitet, wie er in der folgenden Tabelle XCVI b unter C beob. enthalten ist.

Mein Freund Dr. Jochmann hat die Güte gehabt die unter C ber. enthaltenen Constanten nach der von ihm gegebenen Theorie ¹⁾ mit Hülfe der Werthe $H B H_1 B_1$ für das Silber No. 180 zu berechnen, unter der Annahme, daß d'' die in der letzten Spalte aufgeführten Werthe hatte.

XCVI. b.

	Silber No. 179.		Silber No. 180.				
	<i>C</i> beob.		<i>C</i> beob.		<i>C</i> ber.		
<i>J</i>	≠	⊥	≠	⊥	≠	⊥	<i>A''</i>
0°							<i>λ</i>
10	−0,453	−0,432	−0,372	−0,411	−0,312	−0,312	0,44
20	−0,318	−0,336	−0,309	−0,321	−0,300	−0,319	0,43
30	−0,207	−0,252	−0,195	−0,201	−0,277	−0,360	0,41
40	−0,117	−0,273	−0,195	−0,201	−0,233	−0,504	0,38
50	0,042	—	−0,087	—	−0,172	?	0,33
60	0,264	—	0,135	—	−0,091	—	0,23
70	0,285	−0,225	0,168	−0,369	−0,009	—	0,22
80	0,420	0,222	0,357	0,102	0,088	−0,373	0,15
					0,204	0,070	0,07

1) Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 572.

Die Unterschiede der beobachteten und berechneten Werthe von C sind zwar gering, da ein Fehler von drei Einheiten in der zweiten Decimale der Constante C einem Fehler von $0^{mm},01$ in der Bestimmung von M entspricht und die Messung des absoluten Werthes von ε sich nicht sehr genau ausführen läßt. Der Einfluß von ε ist jedoch gerade für grofse Einfallswinkel unbedeutend und der Unterschied der berechneten und beobachteten C gröfser, als dafs er durch blofse Beobachtungsfehler erklärt werden könnte. Besonders in der Nähe des Polarisationswinkels, für $J = 30^\circ$ und 40° und \perp zur Einfallsebene polarisirtes Licht treten diese Abweichungen auf. Bei $J = 40^\circ$ liefs sich durch die Rechnung ein Minimum, welches der Versuch entschieden giebt, nicht mehr nachweisen, und ähnliche Abweichungen zeigten sich früher bei Reflexion in Glas in der Nähe des Polarisationswinkels (§. 112 und Jochmann l. c. §. 10).

Jedenfalls ist die Uebereinstimmung dieser Versuche mit der Theorie eine unvollkommene.

§. 133.

Theilt man in eine doppelt keilförmige Silberschicht auf einer Spiegelglasplatte ein Gitter, dessen Striche senkrecht zur Schneide des Keils verlaufen, und läfst von der belegten Fläche desselben das Licht einer Spalte in einem schwarzen Papierschirm reflectiren, so erhält man ähnliche Erscheinungen, wie bei einem gewöhnlichen Lamellengitter (§. 107). Das centrale Bild des Spaltes in der Mitte der Beugungsspectra ist verschieden gefärbt, je nach der Dicke der Silberlamelle auf der Glasplatte, und folgen sich die Farben mit wachsender Dicke in folgender Ordnung:

Weifs, Hellgelb, Orange, Roth, Violet, Dunkelblau, Hellblau, grünlich Blau, Weifs, Orange, röthlich Orange, violet Blau, usw.,

d. h. wie die Farben der Newton'schen Ringe im durchgelassenen Licht. Die Farben hängen nach der früher (§. 108) gegebenen Theorie von dem Phasenunterschied Δ

des auf Glas und auf Silber reflectirten Lichtes ab. Sie sind um so lebhafter, je mehr die Intensitäten dieser beiden Lichtportionen gleich sind. Man nimmt sie also am leichtesten an einem Gitter wahr, dessen Oeffnungen breit im Verhältniß zu den Silberstreifen sind, während gleichzeitig das Silber eine schlechte Politur oder einen matten Glanz zeigt. Bei stark reflectirenden Silberlamellen sind keine Farben wahrzunehmen wegen der überwiegenden Intensität des metallisch reflectirten Lichtes. Der Phasenunterschied Δ der interferirenden Strahlen ist wieder durch die Gleichungen 6 bis 8 des vorigen § gegeben und die Erscheinung qualitativ in vollkommener Uebereinstimmung mit der Theorie (§. 108).

Vergrößert man den Einfallswinkel, so nimmt Δ'' und Δ ab, und der Versuch zeigt in der That das dunkle centrale Bild des Spaltes zwischen den Beugungsspectren dann bei einer größeren Silberdicke, wie für senkrecht auffallende Strahlen. Jene Silberdicke ist dann auch für Licht \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirt, verschieden.

Mißt man die Dicke der Silberlamelle an den Stellen, wo das centrale Bild des Spaltes dunkel erscheint, Δ also einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2} \frac{3\lambda}{2} \dots$ entspricht, so läßt sich Δ' aus den Gl. 6 bis 8 leicht berechnen. Leider lassen sich aber gerade bei dergleichen matten keilförmigen Silberlamellen nach der Verwandlung in Jodsilber, die Newton'schen Ringe höherer Ordnung schlecht erkennen, und ist dadurch die Messung der Dicke nach der Methode des §. 51 mit ganz besonderen Schwierigkeiten verknüpft. Läßt sich die Messung ausführen, so findet sich das dunkle centrale Bild des Spaltes bei Dicken der Silberlamelle, die nahezu im Verhältniß der ungeraden Zahlen 1 3 ... stehen, wie es die Theorie erwarten läßt.

Beispielsweise mögen hier einige Bestimmungen an solchen Gittern mit keilförmigem Silber folgen. Unter a steht der Abstand der einzelnen Oeffnungen eines Gitters von einander, unter q in Viertelwellenlängen die Dicke einer

Luftschicht von gleicher Farbe, wie das in Jodsilber verwandelte Silber, unter ε die daraus (nach §. 51) berechnete Silberdicke. Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B wurden für das betreffende Metall für die kleinste in der Tabelle aufgeführte Silberdicke bestimmt, und daraus mit Hülfe der Gl. 4 §. 130 die Phasenänderung P (oder S) für senkrecht auffallende Strahlen berechnet. Die unbelegte Seite der Spiegelglasplatte war mit schwarzem Copallack geschwärzt.

XCVII.

Silber No. 211.

$$\alpha = 0^{\text{mm}},0541.$$

q	ε	A''	A	$A' = p - P$	
				beob.	ber.
$\frac{\lambda}{4}$	mm	λ	λ	λ	λ
9	0,000134	0,488	0,5	0,012	-0,121
24	0,000359	1,302	1,5	0,198	-0,121
$H = 68^{\circ} 55'$		$B = 35^{\circ} 59'$			
$p = -0^{\lambda},5$		$P = 0^{\lambda},379$			

Silber No. 210.

$$\alpha = 0^{\text{mm}},2707.$$

q	ε	A''	A	$A' = p - P$	
				beob.	ber.
$\frac{\lambda}{4}$	mm	λ	λ	λ	λ
$6^{\frac{1}{4}},5$	0,000097	0,353	0,5	0,147	-0,10
$H = 70^{\circ} 5'$		$B = 26^{\circ} 45'$			
$p = -0^{\lambda},5$		$P = -0^{\lambda},40.$			

Die aus den beobachteten Größen A und ε gefundenen Werthe von A' der vorletzten Spalte weichen von den aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth mit Hülfe der Gl. 4 §. 130 für senkrecht auffallende Strahlen berechneten Werthe von A' der letzten Spalte etwa um $0^{\lambda},2$ ab.

Diese Methode zeigt daher ebenfalls den Mangel an Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung bei der Phasenänderung durch Reflexion in Luft.

§. 134.

Zur Bestimmung des Phasenunterschiedes bei Reflexion in Luft an der Gränze mit Glas oder Metall, habe ich wie in §. 129 für Reflexion in Glas auch die Interferenzstreifen Billet'scher Halbblinsen benutzt.

Die Anordnung des Apparates war dieselbe wie in §. 129. Das rechtwinklige Prisma jener Versuche wurde durch eine Spiegelglasplatte ersetzt, deren eine Hälfte mit einer undurchsichtigen Silberschicht von der in Fig. 6 Taf. V dargestellten Form belegt war. Die beiden von den cylindrischen Halbblinsen entworfenen Bilder des von Sonnenlicht erleuchteten Spaltes fielen im oberen Theile beide auf Glas, im mittleren das eine auf Glas, das andere auf Silber.

Die mit einem Mikroskop und Ocular-Mikrometer beobachteten Interferenzstreifen hatten dann oben und unten normale Lage und erschienen in der Mitte nach der Seite der Glasreflexion um eine Anzahl Fransenbreiten verschoben, die gleich der Anzahl Wellenlängen seyn muß, welcher der Phasenunterschied Δ der Gl. 6 bis 8 §. 132 entspricht. Bei kleinem Einfallswinkel (10° circa) betrug diese Verschiebung 0,3 Fransenbreite für \mp oder \perp zur Reflexionsebene polarisirtes Licht bei einem Silber No. 59 von $0^{\text{mm}},0000598$ Dicke. Diefs giebt nach Gl. 6 bis 8 §. 132

$$\Delta = 0^{\lambda},3 \quad \Delta'' = 0^{\lambda},217$$

$$\Delta' = \Delta - \Delta'' = 0^{\lambda},08$$

während das Silber No. 59, dessen Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B nach Messungen an ähnlichen gleichzeitig dargestellten Silberspiegeln etwa 70° und 44° gewesen sind,

$$\Delta' = -0^{\lambda},12$$

hätte erwarten lassen.

Die ungleiche Intensität der interferirenden Strahlen und die lamellaren Beugungserscheinungen am Rande der

Silberlamelle erschweren wie bei den Versuchen des §. 129 genaue Messungen. Von Beobachtungen bei verschiedenem Einfallswinkel sind im folgenden einige beobachtete Fransenverschiebungen (Δ beob.) mit den aus Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth nach §. 130 Gl. 3 und 4 berechneten Werthen derselben Gröfse (Δ ber.) zusammengestellt. Dabei ist der Bequemlichkeit wegen wieder der dem Phasenunterschied Δ entsprechende Gangunterschied in ganzen Wellenlängen angegeben.

XCVIII.

Silber No. 179.

Weißes Licht. $\lambda = 0^{\text{mm}},000150$ $H = 77^{\circ} 26'$ $B = 44^{\circ} 20'$ $H_1 = 54^{\circ} 35'$ $B_1 = 0^{\circ} 32'$

J	Δ''	Δ ber.		Δ beob.	
		\mp	\perp	\mp	\perp
	λ	λ	λ	λ	λ
20°	0,51	0,44	0,44	0,5	0,5
30	0,47	0,41	0,39	0,6	0,6
55	0,31	0,27	—	0,3	—
70	0,19	0,17	0,50	0,25	0,5
80	0,09	0,08	0,30	0,1	—

§. 135.

Ich habe ferner eine größere Anzahl Versuche mit Fresnel'schen Spiegeln angestellt, die zum Theil aus Glas, zum Theil aus Metall bestanden. Statt aber wie de Sénarmont (vergl. §. 127), die spiegelnden Flächen in dieselbe Ebene zu legen, liefs ich die Metallfläche um eine bekannte kleine Gröfse über die Glasfläche vorstehen.

Ich belegte die möglichst vollkommenen Planflächen zweier schwarzen oder durchsichtigen und auf der Rückseite geschwärzten Glasplatten gleichzeitig mit einer undurchsichtigen Silberschicht nach dem Petitjean'schen oder Martin'schen Verfahren (§. 45 und 46) und entfernte dieselbe an einzelnen Stellen wieder in der früher (§. 92) beschriebenen Weise.

Zwei solche Glasstücke mit gleich dicken Silberbelegungen wurden mit vier Wachsstückchen und einer aufgedruckten größeren Spiegelglasplatte (vergl. §. 76) als Fresnel'sche Spiegel auf einem Holzklötzchen befestigt, so daß belegte und unbelegte Theile beider Spiegel an einander stießen, etwa wie es die Fig. 7, Taf. V darstellt. Die Interferenzstreifen Glas-Metall waren dann gegen die normalen Interferenzstreifen Glas-Glas oder Metall-Metall wieder um eine Anzahl Fransenbreiten verschoben, die gleich der Anzahl Wellenlängen war, welchen die durch die Gl. 6 bis 8 §. 132 gegebenen GröÙe λ entspricht.

Die Anordnung der Versuche war ähnlich wie bei denen des §. 132. Als Lichtquelle diente gewöhnlich eine von Sonnenlicht erleuchtete planconvexe Linse von 25^{mm} Brennweite, seltener ein vertikaler Spalt zwischen s' Gravesande'schen Schneiden. Das Nicol'sche Prisma, welches nur Strahlen \mp oder \perp zur Reflexionsebene polarisirt ins Auge gelangen lieÙ, war entweder zwischen Helio-stat und Beleuchtungslinse oder zwischen Fresnel'sche Lupe und Auge eingeschaltet.

Ist alles vollkommen bei dieser Anordnung des Versuches, so müssen sowohl die Silberflächen als auch die Glasflächen der beiden Spiegel in einer Ebene liegen, oder besser gesagt, die Durchschnittslinien der Silberflächen und der Glasflächen müssen parallel und um die Dicke ϵ der Silberschicht von einander entfernt seyn. Die Beobachtung kann bei vollkommenem Gelingen dieser Anordnung nur durch lamellare Beugungserscheinungen am Rande des Silbers gestört werden. Man begreift aber, daß das kleinste Staubkörnchen beim Auflegen der Platten oder eine Unvollkommenheit der ebenen Flächen, besonders in der Nähe der sich berührenden Spiegelränder, die Anordnung fehlerhaft machen kann. Um die ebenen Flächen nicht zu verziehen, muß man weiches Wachs anwenden, und dann ändern wieder die Spiegel leicht im Laufe des Versuchs allmählig ihre Lage. Alle diese Fehlerquellen erschweren die Beobachtung besonders für kleine Einfallswinkel, wie aus

Gl. 8 §. 132 sich sofort ergibt, Hierdurch erklärt sich auch, beiläufig bemerkt, die bekannte Erscheinung, daß der gewöhnliche Fresnel'sche Spiegelversuch bei streifender Incidenz am leichtesten gelingt.

Die schon früher erwähnten Uebelstände kommen hinzu Die Oberfläche des Metalls oder Glases ist nicht überall gleichartig wegen verschiedener Condensation von Dämpfen aus der Luft, Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth sind an verschiedenen Stellen verschieden, und die Fransen erscheinen dann verwaschen oder gar nicht, vorzugsweise an der Stelle des Gesichtsfeldes, wo die Verschiebung beobachtet werden soll.

Die der Theorie nach höchst einfachen Versuche sind daher in der Ausführung mit großen Schwierigkeiten verknüpft und zu genauen Messungen wenig geeignet, so leicht sich auch damit wahrnehmen läßt, daß die Lage der Interferenzstreifen Glas-Metall für Licht \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirt verschieden ist, und mit wachsendem Einfallswinkel abnimmt (wegen des meist überwiegenden Einflusses von d'').

Die in der folgenden Tabelle XCIX zusammengestellten Beobachtungen an frisch bereiteten und polirten Silberschichten zeigen eine befriedigende Uebereinstimmung bei diesem Verfahren von Theorie und Versuch. Die Glasplatten waren aus schwarzem Glas, dieselben wie bei den Versuchen des §. 132.

XCIX.

Silber No. 179.

Weißes Licht $\varepsilon = 0^{\text{mm}},000150$ $H = 77^{\circ} 26'$ $B = 44^{\circ} 20'$ $H_1 = 54^{\circ} 35'$ $B_1 = 0^{\circ} 32'$

J	A''	A ber.		A beob.	
		\neq	\perp	\neq	\perp
	λ	λ	λ	λ	λ
30°	0,47	0,41	0,39	0,3	0,3
40	0,42	0,37	0,33	0,27	0,2
50	0,35	0,30	0,24	0,3	—
60	0,27	0,23	0,64	0,22	—
70	0,19	0,17	0,50	0,15	0,58
80	0,09	0,08	0,30	0,1	0,32

Silber No. 180.

Weißes Licht $\varepsilon = 0^{\text{mm}},000120$ $H = 77^{\circ} 46'$ $B = 44^{\circ} 21'$ $H_1 = 56^{\circ} 55'$ $B_1 = 1^{\circ} 10'$

J	A''	A ber.		A beob.	
		\neq	\perp	\neq	\perp
	λ	λ	λ	λ	λ
30°	0,38	0,35	0,30	0,3	0,3
40	0,33	0,31	0,24	0,3	0,2
50	0,28	0,26	0,17	0,3	—
60	0,22	0,20	0,58	0,3	—
70	0,15	0,14	0,46	0,16	0,5
80	0,07	0,07	0,28	0,1	0,35

§. 136.

Die Interferenz directer und streifend reflectirter Lichtwellen ist zuerst von Lloyd¹⁾ benutzt worden, um nachzuweisen, daß beide einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ haben, wenn die Reflexion in Luft an einem ebenen Spiegel aus schwarzem Glase stattfand.

Ich habe ähnliche Versuche mit Reflexion an und in den verschiedensten Substanzen angestellt.

1) *Trans. Roy. Ir. Ac. XVII.* 1837. p. 174. *Pogg. Ann.* Bd. 45, 1838. S. 95.

Das durch einen schmalen horizontalen Spalt gegangene Sonnenlicht fiel in 4 bis 5 Meter Entfernung auf die spiegelnde Fläche, welche an der horizontalen Axe eines Goniometers angebracht war. Die letztere stand normal zur Reflexionsebene. Ein horizontales Mikroskop von 10facher linearer Vergrößerung und 32^{mm} Object-Abstand wurde auf den Rand der spiegelnden Fläche eingestellt.

Beim Drehen des Spiegels mittelst der Goniometeraxe nähert sich das 1^{te} Minimum der zuerst sichtbaren sogenannten äußeren Interferenzstreifen, wie sie am Rande eines undurchsichtigen Schirmes auftreten, dem Spiegelrande, bleibt dann stehen und verwandelt sich in einen tief schwarzen Streifen. Gleichzeitig wird der Abstand der einzelnen Minima von einander gleich groß, an Stelle der äußeren schwach gefärbten Interferenzstreifen ist ein helles System gewöhnlicher lebhaft gefärbter Interferenzstreifen getreten, wie sie Fresnel'sche Spiegel zeigen. Bei weiterem Drehen des Spiegels werden die Interferenzstreifen gleichsam von dem Rande desselben abgestoßen und der Abstand derselben nimmt ab.

Ich befestigte zunächst an der Goniometeraxe eine rechteckförmige Glasplatte (vergl. §. 37) von 106^{mm} Länge und 40^{mm} Höhe, deren schmale Flächen von 5^{mm},5 Breite polirt und planparallel waren. Das Glas selbst war sehr homogen und konnte die streifende Reflexion, einem Einfallswinkel von 90° entsprechend, entweder in Luft oder in Glas auf der 106^{mm} langen und 5^{mm},5 breiten Fläche stattfinden. In beiden Fällen war, sobald die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen aufgetreten waren, der erste dunkle Streifen um eine ganze Fransenbreite von dem scharfen Rande der Glasplatte entfernt, auf welchen das Beobachtungs-Mikroskop eingestellt war. Auf der dem Rande der spiegelnden Fläche zugewandten Seite gränzte dieser dunkle Streifen an eine braune Zone, auf welche eine rein weiße bis zum Rande der Glasplatte folgte.

Da nur ein halbes Interferenzstreifensystem wahrgenommen wird, so müßten in dem vollständigen System zu bei-

den Seiten der Mitte zwei weiße Zonen liegen, durch einen schwarzen dunklen Interferenzstreifen getrennt. Dieser hätte an dem der Streifenmitte entsprechenden vorderen Rande der spiegelnden Fläche liegen müssen, doch habe ich ihn niemals deutlich wahrnehmen können.

Der Maximalabstand der Interferenzstreifen war derselbe, mochte die Reflexion in Luft oder in Glas stattfinden. Unter sonst gleichen Verhältnissen nimmt er zu mit der Länge der reflectirenden Fläche und der Annäherung derselben an den leuchtenden Punkt. Bei zu geringer Entfernung des letzteren ($< 1^m$) treten äußere Beugungsstreifen gleichzeitig mit den gewöhnlichen lebhaft gefärbten Interferenzstreifen auf, die wohl von dem hinteren Rande der spiegelnden Fläche herrühren. Dabei haben die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen ungleichmäßigen Abstand untereinander und vom vorderen Rande der spiegelnden Fläche. Dies wird bei Reflexion in Glas eher bemerkbar, als bei Reflexion in Luft. Man hat dann eben wieder unwillkürlich zwei Interferenzapparate, die reflectirende Fläche und den hinteren Rand derselben, deren gleichzeitige Wirkung complicirte Erscheinungen hervorruft.

Ich habe bei diesen Versuchen die spiegelnde Glasfläche ganz oder zur Hälfte mit einer dünnen undurchsichtigen Silberschicht belegt, diese polirt, und die Platte in Wasser tauchen lassen, das in einem von vertikalen Spiegelglasplatten gebildeten Glastrog von 110^{mm} Länge sich befand. Die Erscheinung war dieselbe, mochte die Reflexion in Luft, Glas oder Wasser an der Gränze mit Glas, Silber oder Wasser stattfinden.

Wurde der Glastrog, ohne daß die Glasplatte eingetaucht war, zur Hälfte mit Wasser gefüllt und durch einen am Ende untergeschobenen Keil gehoben oder gesenkt, so konnte man die directen Strahlen interferiren lassen mit den innerhalb des Wassers an der Gränze mit Luft (total) streifend reflectirten Strahlen. Wurde der Glastrog bis nahe zum Ueberfließen mit Wasser gefüllt, so daß dasselbe eine ebene horizontale Fläche oberhalb der Ränder der Spiegel-

platte Glastroges bildete, so konnte man die in Luft, an der horizontalen Wasseroberfläche streifend reflectirten Strahlen mit den directen interferiren lassen.

Bei den letzteren Versuchen empfiehlt es sich die reflectirende Fläche oder den leuchtenden Punkt (Lichtspalt) zu heben oder zu senken bis die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen erscheinen. Statt den leuchtenden Punkt zu heben oder zu senken habe ich auch wohl eine planparallele Glasplatte jenseits des hinteren Randes der spiegelnden Fläche aufgestellt, und dieselbe um eine horizontale Axe parallel der Goniometeraxe gedreht, bis das durch Brechung erzeugte Bild des leuchtenden Punktes die richtige Lage hatte und die Interferenzstreifen deutlich erschienen.

Die Interferenzstreifen der directen und streifend reflectirten Strahlen habe ich untersucht bei

Reflexion in Luft auf:

Silber	Quarz \neq zur Axe geschnitten
Gold	" \perp " " "
Nickel	Kalkspath (Rhomboëderfläche)
Stahl	Wasser
Flintglas	
Crownglas	

bei Reflexion in Crownglas auf:

Silber
Luft
Wasser

bei Reflexion in Wasser auf:

Silber	Flintglas
Gold	Crownglas
Stahl	Quarz (\perp zur Axe).

Bei allen diesen Versuchen war der erste dunkle Streifen eine ganze Fransenbreite vom Rande der reflectirenden Fläche entfernt, mochte man weißes Licht anwenden, oder zwischen Auge und Beobachtungsmikroskop ein rothes oder blaues Glas einschalten, oder ein Nicol'sches Prisma mit dem Hauptschnitt \neq oder \perp zur Reflexionsebene.

Berücksichtigt man ferner das Intensität und Färbung der Interferenzstreifen für die verschiedenen Reflexionen unter sonst gleichen Verhältnissen dieselben waren, so folgt aus diesen Versuchen, das der *streifend reflectirte Strahl dieselbe Intensität wie der einfallende hat, und gegen denselben um eine halbe Wellenlänge beschleunigt oder verzögert ist, Lage der Polarisationsebene, Farbe des Lichtes oder die Natur der Medien, an deren Gränzfläche die Reflexion stattfindet, mögen seyn, welche sie wollen.*

§. 137.

Das vorstehende Resultat ist in Uebereinstimmung mit den Versuchen §. 37, wonach die Strahlen \mp und \perp zur Einfallsebene polarisirt bei streifender Reflexion sich alle gleich verhalten, die Reflexion mag übrigens beschaffen seyn, wie sie will.

Die Curven der Fig. 8 und 9 Taf. V sind auch in diesem Sinn construirt. Sie geben aber den Gangunterschied der Strahlen \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirt $= \frac{\lambda}{2}$ für $J=0^\circ$.

In den früheren Abschnitten habe ich dagegen den Gangunterschied der Strahlen \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirt $= 0$ angenommen für $J=0^\circ$ und demgemäß $= \pm \frac{\lambda}{2}$ für $J=90^\circ$.

Beide Auffassungen sind berechtigt; es kommt eben nur darauf an, von welchem Einfallswinkel man ausgehen will. Man hat aber dabei im Auge zu behalten (was nicht immer geschehen ist), das für den Versuch die Strahlen \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirt vollkommen identisch sind, sowohl für $J=0^\circ$ wie für $J=90^\circ$. Das erstere folgt ohne weitere Annahme sofort aus den Fresnel-Arago'schen Interferenzgesetzen oder dem Satze, das die Schwingungen senkrecht gegen den Strahl und \mp oder \perp zur Polarisationsebene liegen; das letztere ergibt sich erst aus besonderen Versuchen, z. B. denen der §. 37 und 136.

Ich habe daher früher das erstere vorgezogen und bin von dem Einfallswinkel $J = 0^\circ$ ausgegangen, für den sicher beide Strahlencomponenten sich gleich verhalten mußten.

Wenn die Theorie je nachdem man von $J = 0^\circ$ oder $J = 90^\circ$ ausgeht, und dann den Einfallswinkel sich continuirlich ändern läßt, darauf führt, daß der Gangunterschied der an derselben Fläche reflectirten Strahlen \mp und \pm zur Reflexionsebene polarisirt $\pm \frac{\lambda}{2}$ ist für $J = 90^\circ$ oder $J = 0^\circ$, so ist dieser Gangunterschied nur scheinbar. Der reflectirte Strahl hat für diese beiden Einfallswinkel das eine Mal dieselbe, das andere Mal die entgegengesetzte Richtung wie der einfallende Strahl; die Schwingung \mp der Reflexionsebene vertauscht gleichzeitig mit dem Strahl die positive mit der negativen Richtung; dieser Wechsel des Vorzeichens ist gleichbedeutend mit einer Aenderung der Phase um $\pm \pi$, welche jenen Gangunterschied von $\pm \frac{\lambda}{2}$ aufhebt¹⁾.

Hiernach ist eine wesentliche Meinungsverschiedenheit zwischen mir und den Hrn. Ditscheiner und Jochmann, welche die erstere Auffassung vorgezogen haben, nicht vorhanden.

Wenn Hr. Ditscheiner an der citirten Stelle angiebt, daß der streifend reflectirte Strahl sich wie der einfallende verhält, so ist dieß wohl nicht in Widerspruch mit dem §. 136 gefundenen Gesetze und nur so zu verstehen, daß bei der Untersuchung mit einer Krystallplatte directes und reflectirtes Licht keinen Unterschied zeigen. Eine Krystallplatte — mag man ihre Farbenänderung direct beobachten, wie bei einer Bravais'schen Platte (§. 13), oder mit Hülfe eines Spectralapparates wie Brewster (*Phil. trans.* 1837 II. p. 245), Fizeau und Foucault (*Compt. rend.* XXI. 1845. p. 1157. *Ann. de chim.* (3) t. 26. 1849. p. 145) und Hr. Ditscheiner gethan haben, oder mag man mit ihrer

1) Ditscheiner, Wien. Sitz. Ber. 8. 10. 1868. Bd. LVIII. 2. S. 23.

2) Jochmann, Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 587.

Hülfe elliptisch polarisirtes Licht in geradlinig polarisirtes verwandeln, wie durch ein de Sénarmont'sches Glimmerblatt (*Ann. de chim.* (2) t. 73 p. 337. 1840) oder einen Babinet'schen Compensator (§. 14), oder mag man eine Verschiebung der Farbencurven in einer Kalkspathplatte beobachten, wie Stokes (*Rep. Brit. Assoc.* 1850. S. 19) — kann nur den Gangunterschied zweier senkrecht zu einander polarisirter Strahlencomponenten bestimmen. Eine Phasenänderung, die beide Strahlencomponenten gleichzeitig erfahren haben, läßt sich bis jetzt nur durch Interferenz directer und reflectirter Strahlen finden.

§. 138.

Fresnel¹⁾ hat eine Methode angegeben um Strahlen, die zwei Mal unter demselben Winkel J von zwei Spiegeln S_1 und S_2 reflectirt worden sind, mit solchen interferiren zu lassen, die eine Reflexion unter einem kleineren Winkel i von dem 3^{ten} Spiegel S_3 erfahren haben.

Der Verlauf der Lichtstrahlen, die trotz der verschiedenen Anzahl Reflexionen gleiche Wege durchlaufen haben, ergibt sich aus der Fig. 14 Taf. V, wo die beiden Spiegelebenen S_1 und S_2 unter demselben Winkel φ gegen die 3^{te} Spiegelebene S_3 geneigt sind, und man also hat:

$$J = 90^\circ - \varphi \qquad i = 90^\circ - 2\varphi$$

Aus diesen Relationen folgt, daß φ stets kleiner als 45° seyn muß, und J Werthe zwischen 90° und 45° , i Werthe zwischen 90° und 0° haben kann.

Bei den Versuchen von Fresnel an Glasspiegeln in Luft schwankte φ zwischen $7\frac{1}{2}^\circ$ und 40° . Die Mitte des Interferenzstreifensystems, für welche der Gangunterschied der verschieden gefärbten Strahlen derselbe war, erschien stets schwarz, während die gewöhnlichen Interferenzstreifen zweier Spiegel eine weiße Mitte zeigen. Er schließt aus diesen Versuchen, daß jede Reflexion von Glas unter einem

1) *Fresnel, Oeuvres I p. 703.*

beliebigen Winkel die Phase um π , den Gangunterschied also um $\frac{1}{2}$ ändere.

Dieses Resultat würde für \neq der Reflexionsebene polarisirtes Licht aus der Theorie (Gl. 3 §. 130) direct vorherzusagen seyn; für Licht \perp zur Reflexionsebene polarisirt würde ein verschiedenes Resultat erwartet werden können, je nachdem $i >$ oder $<$ als der Haupteinfallswinkel wäre. Der Einfluss der Richtungsänderung der Lichtstrahlen und der gleichzeitigen Aenderung der Schwingungsrichtung der Aethertheilchen mag dabei für den Augenblick unberücksichtigt bleiben.

Man kann wohl annehmen, dass die Versuche von Fresnel, die mit natürlichem unpolarisirten Lichte angestellt wurden, für \neq der Reflexionsebene polarisirtes Licht gelten, da in den Fällen, wo die Gl. 3 §. 130 möglicher Weise ein anderes Resultat erwarten liesse, die Intensität des \perp zur Reflexionsebene polarisirten Lichtes sehr gering war.

Die Versuche erfordern einmal vollkommen ebene spiegelnde Flächen, und ferner, dass die drei Spiegelebenen nicht zu weit von einander entfernt liegen, weil sonst Strahlen interferiren müssen, die in zu verschiedenen Richtungen von dem leuchtenden Punkte ausgegangen sind. Man muss also die Glasplatten entweder sehr dünn nehmen und dann verziehen sich leicht die ebenen Flächen, oder der Spiegel S_2 muss sehr schmal seyn, sobald i einigermaßen von 90° entfernte Werthe annimmt.

Ich habe möglichst sorgfältig geschliffene ebene Glasplatten von 4^{mm} Dicke, 24^{mm} Höhe und 30^{mm} Breite für diesen Zweck benutzt, deren Hinterseite geschwärzt und deren Vorderfläche auf der oberen oder unteren Hälfte mit einer dünnen polirten Silberschicht nach dem Martin'schen Verfahren belegt war. Für grössere Werthe von φ wurde der Spiegel S_2 durch einen schmaleren von 6^{mm} Breite ersetzt.

Die Spiegel wurden vertikal auf einer mit weissem Pa-

pier beklebten größeren Fufsplatte aus Spiegelglas aufgestellt, auf welchem die Lage derselben im Voraus aufgerissen war. Die Spiegel S_2 und S_3 waren mit der Rückseite an vertikalen Glasstücken befestigt; S_2 konnte parallel mit sich selbst durch eine Schraube mit Schlitten und Spiralfeder sanft verschoben, S_3 an einem horizontalen langen Arm um eine vertikale Axe gedreht werden. S_1 wurde direct mit weichem Wachs auf das Papier aufgesetzt.

Die Fufsplatte war auf einem Horizontal-Kreis meßbar drehbar und konnte parallel mit sich selbst verschoben werden. Die Neigung der Spiegel gegeneinander wurde mit Hülfe der Kreistheilung dadurch controlirt, daß man das Sonnenlicht von einem Heliostaten durch eine Oeffnung gehen und von den Spiegeln nach dieser Oeffnung zurückwerfen liefs. Die Spiegel wurden nun gedreht bis die zwei Mal von S_1 und S_2 reflectirten Strahlen, deren Richtung dabei ungeändert bleibt, nahezu dieselbe Richtung wie die ein Mal von S_3 reflectirten Strahlen hatten. Darauf brachte ich die Beleuchtungslinse von 25^{mm} Brennweite (vergl. Fig. 1 Taf. II, Pogg. Ann. Bd. 132) vor die Oeffnung, und zwischen Oeffnung und Heliostat ein Nicol'sches Prisma, das nur Licht \neq oder \perp zur Reflexionsebene polarisirt auf die Spiegel auffallen liefs.

Die beiden Bilder des leuchtenden Punktes, welche man in der Nähe der Durchschnittslinie der Spiegelebenen S_2 und S_3 wahrnimmt, werden durch Drehen der Fufsplatte in einen Abstand von 5 bis 15 Minuten gestellt, vor das Auge eine Fresnel'sche Lupe gebracht, und der Spiegel S_3 mit Hülfe der Schraube so lange verschoben, bis die Interferenzstreifen erscheinen. Es kann nicht auffallen, daß der Verlauf der Interferenzstreifen jede kleine Unvollkommenheit der Spiegelebenen erkennen läßt.

Geschah die Reflexion an allen drei Spiegeln auf Glas, so waren die Farben der Interferenzstreifen symmetrisch gegen die schwarze Mitte derselben vertheilt, sowohl für \neq als für \perp zur Reflexionsebene polarisirtes Licht, wenn

überhaupt die Lichtintensität des letzteren eine genaue Beobachtung möglich machte.

Fanden die drei Reflexionen an den Silberflächen statt, so war für kleine Werthe von φ die Mitte der Interferenzstreifen schwarz, die Farbenvertheilung zu beiden Seiten der Mitte symmetrisch für \mp und \perp zur Reflexionsebene polarisirtes Licht. Farbensymmetrie und schwarze Mitte verschwinden mit wachsendem φ zunächst für \perp , später auch für \mp der Reflexionsebene polarisirtes Licht. Gleichzeitig werden die Farbenstreifen undeutlich oder verwaschen.

Beim Drehen des Nicol'schen Prismas beobachtet man eine Verschiebung der Interferenzstreifen gegen die Theilung der Fresnel'schen Lupe. Sehr oft treten aber auch, ohne dafs scheinbar am Apparate etwas geändert wird, Verschiebungen der Interferenzstreifen im Gesichtsfelde auf, die oft einen halben Fransenabstand und mehr betragen. Ein Windstofs von einer plötzlich bewegten Zimmerthür, ein hastiger Athemzug des Beobachters genügen, um diese Verschiebung hervorzubringen, die dann oft nach einiger Zeit wieder verschwindet. Ich glaube daher den Grund derselben in einer Feuchtigkeitsschicht suchen zu müssen, mit welcher die Oberfläche der reflectirenden Fläche bedeckt wird.

Der letztere Uebelstand tritt vielleicht noch häufiger auf, wenn man eine Reflexion auf Glas oder Silber mit zwei Reflexionen auf Silber oder Glas combinirt, weil dann die Oberflächen-Absorption der Feuchtigkeit bei den verschiedenen Substanzen in ungleicher Weise stattfindet.

In Uebereinstimmung hiermit fand ich auch häufig beim Drehen des Nicol'schen Prismas eine andere Fransenverschiebung, als sich aus den früheren Beobachtungen mit dem Babinet'schen Compensator (Abschnitt III und IV) erwarten liefs; der Unterschied zwischen beobachteten und berechneten Verschiebungen betrug oft eine halbe Fransenbreite und mehr.

Ueberhaupt kann diese Methode nur ein Resultat geben,

sobald der durch Reflexion bewirkte Phasenunterschied ein Vielfaches von π beträgt. Der Kunstgriff besteht eben darin die Lichtintensität in der Mitte des Streifensystems zu beobachten, oder an einer Stelle, wo sich alle Strahlen verschiedener Farbe gleich verhalten. Diefes läßt sich um so besser beurtheilen, je weiter die Interferenzstreifen von einander stehen, je geringer die Neigung der von S_2 und S_3 reflectirten interferirenden Strahlenbündel ist. Man kann mit dieser Methode eigentlich nur entscheiden, ob für alle verschieden gefärbten Strahlen bei zwei Reflexionen unter dem Winkel J die Phase um eine Gröfse geändert wird, die von der Phasenänderung bei einmaliger Reflexion unter dem Winkel i um ein ganzes Vielfache von $\pm \pi$ verschieden ist. Die absolute Lage der Interferenzstreifen im Raum oder der absolute Werth der Phasenänderung bei einer Reflexion läßt sich damit nicht bestimmen.

Ich habe daher diese Versuche, die etwas umständlich sind und vor allen Dingen sehr hellen Sonnenschein erfordern, nicht weiter ausgedehnt, um so mehr, als sich ihrer Durchführung dieselben Schwierigkeiten, wie den übrigen der Abschnitte XII bis XIV entgegenstellen.

(Schluß im nächsten Heft.)

II. *Bemerkungen über die Anzahl der Fundamentalpunkte eines beliebigen Systems von centrirten, brechenden Kugelflächen;* von *A. Töpler.*

Die Dioptrik centrirter Kugelflächen ist ein so vieldurchforschtes Gebiet, daß dasselbe physikalisch fast erschöpft erscheinen könnte. Den allgemeinsten Fall, in welchem die Brechungsquotienten des ersten und letzten Mediums verschiedene Werthe haben, wie z. B. beim menschlichen Auge, hat bekanntlich Gauss analytisch behandelt. Derselbe hat

einen exacten Begriff für die »Brennweiten« eines solchen Systems eingeführt und zur Auffindung der optischen Bilder eine sehr einfache geometrische Construction angegeben, welche sich auf die Haupt- und Brennpunkte stützt.

Obgleich durch diese oft citirte Untersuchung¹⁾ die optische Wirkung eines Systems brechender Kugelflächen vollständig definirt und auf sehr einfache Grundlage zurückgeführt ist, so glaube ich doch, die folgende Notiz veröffentlichen zu sollen. Es läßt sich nämlich leicht analytisch zeigen, daß, wenn man bei der Entwicklung von noch allgemeineren Gesichtspunkten ausgeht, die Brenn- und Hauptpunkte (und auch die bekannten Knotenpunkte) als specielle Glieder ganzer Punktreihen erscheinen, aus welchen sich geometrische Constructionen für die optischen Bilder ableiten lassen. Man gelangt auf diese Weise zu zehn Fundamentalpunkten anstatt der üblichen sechs. Da der hierbei eingeschlagene Entwicklungsgang kaum so viel analytischen Apparat voraussetzt, als es bei der Gauß'schen Untersuchung der Fall ist, so glaube ich um so mehr den Gegenstand publiciren zu dürfen. Ich habe dabei ebenfalls stets den allgemeinsten Fall ungleicher Brechungsverhältnisse der Gränzmedien im Auge und gehe von der Form aus, welche Gauß für die Gleichungen des ein- und aus tretenden Strahles gewählt hat.

Es sey also die Centrirungsaxe des Systems die X -axe eines sonst beliebigen, rechtwinkligen Coordinatensystems, seyen geometrische Orte des ersten und letzten Mittels, welche in der optischen Beziehung von leuchtendem Object und Bild stehen, *conjugirte* Orte genannt, seyen ferner n und n' die absoluten Brechungsquotienten des ersten und letzten Mittels, N und N' die Abscissen der Scheitelpunkte

1) Gauß, dioptrische Untersuchungen, Göttingen 1840. — Diese Untersuchungen haben bekanntlich wegen ihrer Wichtigkeit später mehrere sehr glückliche, zum Theil elementare Bearbeitungen erfahren; ich habe die analytische Darstellungsweise beibehalten, weil ohne eine solche der genaue Ausdruck für die Orte der Fundamentalpunkte nicht gegeben werden kann.

der ersten und letzten brechenden Kugelfläche des Systems, so geben wir nach Gaußs den Gleichungen des einfallenden Strahles im ersten Mittel die Form

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - N) + c \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und denen des austretenden Strahles die Form¹⁾

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N') + c' \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hier sind β , b , γ , c willkürlich zu wählen, während β' , b' , γ' , c' aus der Structur des Systems berechnet werden können. Da sowohl die Oeffnungswinkel der wirksamen Kugelflächen, als auch die Neigungswinkel der Strahlen zur X-axe stets als sehr klein vorausgesetzt werden, so ist die Bedeutung von b und c , ferner von b' und c' sofort gegeben. Dieselben bedeuten mit Vernachlässigung kleiner Größen zweiter Ordnung die Ordinaten der Durchschnittspunkte der beiden Strahlen mit der ersten, respective letzten brechenden Fläche.

Nun sind bekanntlich die Constanten β , b , γ , c mit den Constanten β' , b' , γ' , c' durch Relationen folgender Art verknüpft

$$\beta' = k\beta + l\beta \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$b' = g\beta + h\beta \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

ferner

$$\gamma' = k\gamma + l\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$c' = g\gamma + h\gamma \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Größen k , l , g und h sind constante Zahlen, deren Werthe nur abhängig sind von der Structur des zwischen den Scheiteln N und N' gelegenen brechenden Systems.

1) Da in der vorliegenden Entwicklung nur das erste und letzte Medium in Rede kommen, so sind alle Größen, welche auf das letzte Medium Bezug haben, anstatt durch die Gauß'schen Sternchen durch ein beigesehtes „'“ gekennzeichnet.

Diese Werthe berechnen sich nämlich aus den gegebenen Scheitelabständen der einzelnen brechenden Flächen, ihren Krümmungsradien und den Brechungsquotienten der von ihnen begränzten Medien durch Kettenreihen, deren Eigenschaften seit Euler bekannt sind. Für die weitere Betrachtung genügt zu wissen, daß diese Zahlen einfach durch das brechende System gegeben sind. Jedoch kann eine derselben eliminirt werden, indem zwischen jenen Zahlen immer die Gleichung besteht

$$gl - hk = 1 \dots \dots (9)$$

welche Gleichung aus dem Gesetze für die Auffindung dieser Zahlenwerthe folgt.

Bevor weitere Betrachtungen an diese bekannten Relationen geknüpft werden, erinnere ich an folgende Sätze, welche schon aus dem Verhalten einer einzigen brechenden Fläche durch Induction sofort auf das ganze System übertragen werden können.

Der austretende Strahl im letzten Mittel ist der geometrische Ort der optischen Bilder aller Punkte des eintretenden Strahls, d. h. ein- und austretender Strahl sind conjugirte Orte.

Liegt der eintretende Strahl in einer durch die Centrirungsaxe gedachten Ebene, so enthält diese Ebene auch den austretenden (conjugirten) Strahl.

Denkt man sich eine Figur in einer Ebene senkrecht zur X-axe im ersten Medium, so entspricht dieser im letzten Medium eine conjugirte ebene Figur, welche ebenfalls senkrecht zur Axe der X steht, und welche der ersteren geometrisch ähnlich ist. Das Verhältniß homologer Dimensionen beider Figuren nennen wir das *Verhältniß der Bildgrößen*; das Bildgrößenverhältniß ist daher für zwei conjugirte Punkte der Axe festgestellt, wenn wir zu einer Ordinate y im ersten Mittel die conjugirte Ordinate y' des letzten Mittels kennen. Zur Unterscheidung nennen wir den Quotienten $\frac{y}{y'}$ das Bildgrößenverhältniß *vom ersten zum letzten Mittel und umgekehrt*.

§. 1.

Wir stellen uns nun folgende allgemeine Aufgabe:

„Man suche auf der Axe die beiden conjugirten Punkte des ersten und letzten Mittels, in denen das Bildgrößenverhältniß durch ein gegebenes Vielfaches des umgekehrten Verhältnisses der Brechungsquotienten $\left(\frac{n'}{n}\right)$ ausgedrückt ist.“

Die Lösung, welche zu übersichtlichen Folgerungen führt, ist eine sehr einfache.

Gesetzt es seyen $x = P$ und $x = P'$ die zu suchenden Punkte der Axe, in welchen das Verhältniß der Bildgrößen das gegebene Zahlenverhältniß $\frac{pn'}{qn}$ sey. Wähle ich in der Ebene YX einen leuchtenden Punkt, dessen Coordinaten

$$x = P, z = 0 \text{ und } y = pn'L,$$

wo L eine beliebige Liniengröße darstellt, so muß der conjugirte Punkt die Coordinaten

$$x = P', z = 0 \text{ und } y = qnL \text{ haben.}$$

Die Aufgabe ist, P und P' zu finden. Jeder durch den leuchtenden Punkt gedachte Strahl muß durch den conjugirten Punkt des letzten Mittels gehen. Ich denke mir nun durch den ersteren Punkt einen Strahl einfallen, so können wir diesen Strahl nach der Gaufs'schen Schreibweise, auf den Punkt P bezogen, in folgender Form ausdrücken:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - P) + pn'L \text{ und}$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - P).$$

Nun ist derselbe Strahl mit Bezug auf den Scheitelpunkt N ausgedrückt durch Gleichungen von der Form (1) und (2). Man erhält also den doppelten Ausdruck:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b = \frac{\beta}{n}(x - P) + pn'L. \quad (10)$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - N) + c = \frac{\gamma}{n}(x - P) \quad . . . \quad (11).$$

In analoger Weise drückt sich der austretende Strahl doppelt aus; man erhält für ihn:

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' = \frac{\beta'}{n}(x - P') + qnL \quad (12)$$

$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N') + c' = \frac{\gamma'}{n}(x - P') \quad \dots \quad (13).$$

Die Gleichungen (10) und (12) enthalten die Bedingung der Bildgröfse, die Gleichungen (11) und (13) drücken die Bedingung aus, dafs P und P' conjugirte Punkte der Axe sind.

Da nun die doppelte Ausdrucksweise identischen Strahlen entspricht, so folgen vier Gleichungen zwischen den Constanten. Ausserdem gelten für die Constanten β , b etc. die Gleichungen (5), (6), (7) und (8). Diese Gleichungen müssen ausreichen, um die Abscissen P und P' lediglich in den durch die Structur des Systems bestimmten Gröfsen k , l , g , n und n' und den gegebenen Zahlen p und q auszudrücken. Da nämlich bei einer einzigen brechenden Fläche für ein gegebenes Bildgrößenverhältnifs stets ein conjugirtes Punktpaar und zwar nur ein einziges existirt, so läfst sich diefs durch Induction auch für ein System von brechenden Flächen folgern. Die genannten Bedingungen müssen also zur Lösung der Aufgabe genügen. In der That fallen bei der Elimination die willkürlichen Gröfsen β , b , γ , c zugleich mit β' , b' , γ' , c' , h und L heraus.

Es folgt zunächst aus (10), (11), (12), (13)

$$\frac{\beta}{n}(P - N) = pn'L - b \quad \dots \quad (14)$$

$$\frac{\gamma}{n}(P - N) = -c \quad \dots \quad (15)$$

$$\frac{\beta'}{n'}(P' - N') = qnL - b' \quad \dots \quad (16)$$

$$\frac{\gamma'}{n'}(P' - N') = -c' \quad \dots \quad (17)$$

Zunächst ist also:

$$\frac{\beta}{\gamma}c = b - pn'L$$

Multiplieirt man (7) und (8) mit $\frac{\beta}{\gamma}$ und substituirt darin für $\frac{\beta}{\gamma}c$ seinen Werth, so folgt:

$$\frac{\beta}{\gamma'} \gamma' = kb - kp n' L + l \beta = \beta' - kp n' L$$

$$\frac{\beta}{\gamma} c' = gb - gp n' L + h \beta = b' - gp n' L.$$

Durch Division von (16) und (17) folgt ferner

$$\frac{\beta'}{\gamma'} = \frac{b' - q n L}{c'}.$$

Substituirt man aus den beiden vorhergehenden Gleichungen für γ' und c' ihre Werthe in die letztere Formel, so hat man

$$\beta' (b' - gp n' L) = (b' - q n L) (\beta' - kp n' L)$$

oder:

$$L \cdot kp q n n' = q n \beta' + kp n' b' - gp n' \beta'$$

Daraus folgt unter Rücksicht auf die Gleichungen (5), (6), (7) und (8)

$$L p n' = b + \frac{\beta}{k} \left(l - \frac{p n'}{q n} \right) \text{ und } \dots (18)$$

$$L q n = b' + \frac{\beta'}{k} \left(\frac{q n}{p n'} - g \right) \dots (19)$$

Substituirt man (18) in (14) und (19) in (16), so folgt endlich:

$$P = N + \frac{n}{k} \left(l - \frac{p n'}{q n} \right) \dots (I)$$

$$P' = N' + \frac{n'}{k} \left(\frac{q n}{p n'} - g \right) \dots (II).$$

Man ersieht sogleich, dass diese Formeln ähnlich den Gauß'schen Ausdrücken für die Hauptpunkte gebaut sind, dass in ihnen nur das Bildgrößenverhältniss $\frac{p n'}{q n}$ anstatt der Einheit vorkommt.

Zunächst ist zu bemerken, dass P und P' je nach der Wahl von p und q beliebige conjugirte Orte der Axe darstellen. Das Zahlenverhältniss $\frac{p}{q}$ hat nun ausserdem, wie sofort zu ersehen, noch eine bemerkenswerthe geometrische Bedeutung. Die Projection unseres Strahles auf die XZ -Ebene kann an und für sich als ein Strahl aufgefasst werden, welcher vor dem Eintritt ins System durch P , nach dem Austritt durch P' verläuft. Die Tangenten der Nei-

gungswinkel zur X -Axe vor und nach der Brechung im System wurden oben durch die Quotienten $\frac{\gamma}{n}$ und $\frac{\gamma'}{n'}$ ausgedrückt. Berechnet man nun γ' , so ersieht man aus der Entwicklung, dafs:

$$\gamma' \cdot \frac{\beta}{\gamma} = kb - kpn'L + l\beta$$

Nach der Substitution von (18) folgt unmittelbar:

$$\gamma' = \gamma \cdot \frac{pn'}{qn} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\frac{\gamma}{n}}{\frac{\gamma'}{n'}} = \frac{q}{p} \dots \dots \dots (20).$$

Da nun von vorn herein der eintretende Strahl sowie die Lage der XZ -Ebene willkürlich gewählt waren, so folgt, dafs alle Strahlen, welche durch P gedacht werden, vor und nach der Brechung Neigungen zur X -Axe haben, welche im umgekehrten Verhältnifs der Zahlen p und q stehen. Da $\frac{pn'}{qn}$ das Verhältnifs der Bildgröfsen ist, so folgt allgemein, dafs für conjugirte Strahlen, welche die Axe schneiden, das Verhältnifs der Neigungen (vom ersten zum letzten Mittel gerechnet) gleich ist dem umgekehrten Bildgröfsenverhältnifs, getheilt durch das Verhältnifs der Brechungsexponenten.

Man macht ferner sofort die Bemerkung, dafs in den Ausdrücken für P und P' die Factoren $-\frac{n}{k}$ und $-\frac{n'}{k}$ eine wichtige physikalische Bedeutung haben, und zwar die folgende:

Hat das Bildgröfsenverhältnifs $\frac{pn'}{qn}$ bei irgend einer Stellung der leuchtenden Figur im ersten Mittel irgend einen bestimmten Zahlenwerth, so mufs, damit das Bildgröfsenverhältnifs um die Einheit wachse, die Figur um eine bestimmte Liniengröfse längs der Axe verschoben werden. Diese Liniengröfse ist nun, wie Formel (I) unmittelbar lehrt, eine constante, und zwar ist sie $= -\frac{n}{k}$. Diese constante Liniengröfse nennen wir die erste oder vordere Brennweite

des Systems, da dieselbe physikalisch die gleiche Rolle spielt, wie die sogenannte Brennweite einer einzigen brechenden Fläche.

Ganz analog definirt sich die zweite oder hintere Brennweite als die constante Verschiebung, welche eine leuchtende Figur im letzten Mittel längs der Axe erfahren muß, damit das Bildgrößenverhältniß vom letzten zum ersten Mittel gerechnet um die Einheit abnehme. Diese constante Verschiebung ist $-\frac{n'}{k}$. Wie man leicht erkennt, ist die von Gaußs gegebene Definition der Brennweiten in dieser Verallgemeinerung mitenthaltten.

Diese verallgemeinerte Definition ist übrigens praktisch verwendbar, um die Brennweite eines Linsensystems genau zu messen, wenn dasselbe auch direct nicht zugänglich ist. Als Gegenstand wählt man eine zur Axe des Linsensystems senkrecht gestellte, feine Theilung. Ihr Bild wird durch irgend eine mikrometrische Vorrichtung gemessen. Man verschiebt nun die Theilung längs der Axe, bis ihr Bildgrößenverhältniß sich genau um die Einheit geändert hat. Die irgendwie gemessene Verschiebung der Scale ist die Brennweite des Linsensystems.

§. 2.

Geometrische Constructionen der optischen Bilder.

Nachdem wir unsere Aufgabe in größter Allgemeinheit gelöst haben, sind geometrische Constructionen der optischen Bilder leicht abzuleiten. Man überzeugt sich ohne Weiteres, daß sich das optische Bild eines Punktes oder einer Geraden immer construiren läßt, wenn man nur zwei Paare conjugirter Punkte auf der Axe und die zugehörigen beiden Bildgrößenverhältnisse kennt. Einfache geometrische Constructionen erhält man jedoch, wie leicht ersichtlich ist, nur dann, wenn man die conjugirten Punktpaare so bestimmt, daß das Verhältniß der Bildgrößen durch ein einfaches Zahlenverhältniß ausgedrückt ist.

Setzt man für den Quotienten $\frac{pn'}{qn}$ der Reihe nach die ganzen Zahlen von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhält man durch die zusammengehörigen Werthe von P und P' zwei conjugirte Punktreihen, von denen die Punkte P des ersten Mittels gleichweit, und zwar um die vordere Brennweite, von einander abstehen. Die Abstände der Punkte P' im letzten Mittel verändern sich selbstredend wie die reciproken Werthe der ganzen Zahlen.

Setzt man umgekehrt den Bruch $\frac{qn}{pn'}$, d. i. das Bildgrößenverhältniß vom letzten zum ersten Mittel gerechnet, gleich der Reihe der ganzen Zahlen, so erhält man im letzten Medium Punkte gleichen Abstandes (und zwar des Abstandes der hinteren Brennweite); im ersten Mittel verändern sich alsdann die Abstände der conjugirten Punkte umgekehrt wie die ganzen Zahlen.

Ferner erhält man zwei weitere, bemerkenswerthe Paare von Punktreihen, indem man nicht das Bildgrößenverhältniß, sondern das Zahlenverhältniß $\frac{p}{q}$ oder $\frac{q}{p}$ von $-\infty$ bis $+\infty$ durch alle ganzen Zahlen wachsen läßt. Man erhält alsdann correspondirende Punktreihen auf der Axe mit durch ganze Zahlen ausgedrücktem Neigungsverhältniß der durch diese Punkte in der Axe ein- und austretenden Strahlen. Auch hier sind die Punkte in einem der beiden Medien stets äquidistant. Jedoch gilt bezüglich des Längenabstandes gerade das Umgekehrte des Obigen. Setzt man nämlich für $\frac{p}{q}$ die Reihe der ganzen Zahlen, so erhält man im ersten Mittel Punkte, welche alle gleichweit, jedoch um die hintere Brennweite von einander abstehen. Wenn hingegen $\frac{q}{p}$ der Reihe nach die ganzen Zahlenwerthe annimmt, so resultiren äquidistante Punkte im letzten Mittel, deren constanter Abstand die vordere Brennweite ist.

Alle diese Punktpaare lassen sich, wenn man will, zu

geometrischen Constructionen verwerthen. Es hat jedoch kaum ein Interesse diefs an einem Beispiele zu erläutern.

Von Werth sind nur die *einfachsten* geometrischen Constructionen, welche sich als specielle Fälle der obigen Entwicklung nunmehr unmittelbar ergeben. Man setze für das Verhältniß der Bildgröße $\frac{pn'}{qn}$ die einfachsten Zahlenwerthe $\pm \infty$, ± 0 , $+1$ oder -1 , oder deren Producte mit dem Quotienten $\frac{n'}{n}$ in die Formeln (I) und (II), so ergeben sich folgende Punktpaare:

Verhältnis der Bildgröße vom ersten zum letzten Mittel gerechnet $\frac{p n'}{q n} =$	Verhältnis der Neigungs- tangente ein- und aus- tretender Strahlen $\frac{q}{p} =$	Werth von p	Werth von p'
$\pm \infty$	± 0	$\pm \infty$	$N' - \frac{n'}{k} g = F'$
± 0	$\pm \infty$	$N + \frac{n}{k} \cdot l = F$	$\pm \infty$
$+1$	$+\frac{n'}{n}$	$N + \frac{n}{k} (l-1) = H_+$	$N' + \frac{n'}{k} (1-g) = H'_+$
-1	$-\frac{n'}{n}$	$N + \frac{n}{k} (l+1) = H_-$	$N' - \frac{n'}{k} (1+g) = H'_-$
$+\frac{n'}{n}$	$+1$	$N + \frac{n}{k} \left(l - \frac{n'}{n}\right) = K_+$	$N' + \frac{n'}{k} \left(\frac{n}{n'} - g\right) = K'_+$
$-\frac{n'}{n}$	-1	$N + \frac{n}{k} \left(l + \frac{n'}{n}\right) = K_-$	$N' - \frac{n'}{k} \left(\frac{n}{n'} + g\right) = K'_-$

Die auf diese Weise erhaltenen Punkte auf der Centrirungsaxe will ich insgesamt *Fundamentalpunkte* nennen. Dieselben sind specielle Glieder der oben besprochenen Punktreihen. Wie man sofort erkennt, so sind die Punkte

F und F' die bekannten Brennpunkte,

H und H' „ „ Hauptpunkte,

K und K' „ „ Knotenpunkte

des Systems. Die neuen Punktpaare H und H' , ferner K und K' jedoch sind diejenigen conjugirten Punktpaare auf der Axe, welche die Eigenschaften der Haupt- und Knotenpunkte in negativem Sinne besitzen, wie diess aus den Werthen des Bildgrößen- und Neigungsverhältnisses zu ersehen ist. Aus diesem Grunde sind die Buchstaben H und K in beiden Fällen benutzt, und ist zur Unterscheidung das Zeichen $+$ oder $-$ unter dieselben gesetzt, welche Zeichen hier natürlich nur die Bedeutung eines Index haben. Auch wollen wir der Kürze halber die Namen »positive« und »negative« Haupt- und Knotenpunkte anwenden, wodurch jene vier Punktpaare am besten zu unterscheiden sind ¹⁾. Je zwei Punkte eines und desselben Paares unterscheiden wir durch die Benennung »erster« und »zweiter« etc. Punkt.

Zur bequemen Uebersicht der Eigenschaften obiger zehn Fundamentalpunkte dient die Fig. 1 Taf. VI. In derselben sind ungefähr die Verhältnisse vorausgesetzt, wie sie beim menschlichen Auge stattfinden. Die Strahlen denke man sich von links nach rechts eintretend. Die sämtlichen Punkte sind in der Fig. 1 Taf. VI so bezeichnet, wie ihre Abscissenwerthe in der Tabelle. Also bedeuten F und F' die Brennpunkte, H und H' die positiven (Gauß'schen)

1) Von positiven oder negativen Punkten zu sprechen, ist zwar eine ungewöhnliche Lizenz; allein der Leser wird dieselbe mit Rücksicht auf die angestrebte Kürze in der Bezeichnung entschuldigen.

Hauptpunkte; K und K' die (Listing'schen) Knotenpunkte.

Aus der obigen tabellarischen Zusammenstellung zeigt sich, daß die Abstände

$$\underline{F} - \underline{H} = \underline{H} - \underline{F} = \underline{F'} - \underline{K'} = \underline{K'} - \underline{F'} = - \frac{n}{k}$$

d. h. gleich der vorderen Brennweite, ferner, daß

$$\underline{F} - \underline{K} = \underline{K} - \underline{F} = \underline{F'} - \underline{H'} = \underline{H'} - \underline{F'} = - \frac{n'}{k}$$

d. h. gleich der hinteren Brennweite sind. Man kann dies auch so ausdrücken: Die negativen Hauptpunkte liegen symmetrisch zu den positiven Knotenpunkten, die negativen Knotenpunkte liegen symmetrisch zu den positiven Hauptpunkten. Die geometrischen Eigenschaften des ganzen Systems sind schnell zu übersehen. Wir denken uns durch alle 10 Fundamentalpunkte Ebenen senkrecht zur Axe gelegt und benennen diese Ebenen nach den 10 Punkten. Denken wir uns dann ein Bündel von Parallelstrahlen im ersten Mittel einfallend, so ist für jeden Strahl, welcher durch einen der 5 Punkte \underline{K} , \underline{H} , \underline{F} , \underline{H} , \underline{K} eintritt, welcher durch einen der 5 Punkte $\underline{K'}$, $\underline{H'}$, $\underline{F'}$, $\underline{H'}$, $\underline{K'}$ austritt, der austretende Strahl des letzten Mittels sofort gegeben.

Der Strahl, welcher durch den ersten negativen Knotenpunkt \underline{K} Fig. 1 Taf. VI eintritt, gelangt nach der Brechung zum zweiten $\underline{K'}$. Hierbei bilden, wie die obigen Formeln unschwer erkennen lassen, der ein- und austretende Strahl stets ein gleichschenkliges Dreieck über der Axe (in der Fig. $\underline{K} m \underline{K'}$), dessen Spitze m mitten zwischen die beiden positiven Hauptebenen fällt.

Ferner: denkt man sich in der ersten negativen Knotenebene eine Liniengröße senkrecht zur Axe (z. B. t in der Fig. 1), so wird dieselbe bei $\underline{K'}$ umgekehrt abgebildet und zwar so, daß das Linearverhältniß

$$t : t' = n' : n \text{ ist.}$$

Ein Strahl, welcher durch den ersten negativen Hauptpunkt \underline{H} eintritt, geht nach der Brechung durch den zweiten $\underline{H'}$.

Hierbei ist aus den Formeln leicht zu erkennen, daß die mit der Axe vor und nach der Brechung gebildeten spitzen Winkel (φ und φ' in der Figur 1) ihre Oeffnungen einander zuwenden, und daß

$$\operatorname{tg} \varphi : \operatorname{tg} \varphi' = n' : n$$

Liniengrößen, welche in der ersten negativen Hauptebene liegen, werden bei H' so abgebildet, daß Object und Bild gleich groß, aber umgekehrt sind (z. B. u und u' in der Fig. 1 Taf. VI). Die Eigenschaften der sechs übrigen Fundamentalpunkte sind bekannt und aus Fig. 1 ersichtlich. Alle Parallelstrahlen vereinigen sich natürlich in der zweiten Brennebene.

Es ist nun unmittelbar klar, daß die optische Wirkung des brechenden Systemes auch vollständig gegeben ist, wenn wir nur die *negativen* Haupt- oder Knotenpunkte neben den Brennpunkten kennen, und daß die Gauß'sche Haupt- und die Listing'schen Knotenpunkte somit durch jene ersetzt werden können.

Als Beispiel gebe ich die Construction des Bildpunktes für einen gegebenen leuchtenden Punkt unter bloßer Benutzung der Brennpunkte und der negativen Knotenpunkte.

Seyen also in Fig. 2 auf der Axe gegeben die Punkte K , K' und F , F' . Zu dem gegebenen Leuchtpunkte a außerhalb der Axe, im ersten Mittel soll der Bildpunkt a' im letzten Mittel gefunden werden.

Construction: Halbiere den Abstand $\underline{KK'}$, errichte das Loth ol , dann verbinde a mit \underline{K} und verlängere bis zum Durchschnittspunkt m , verbinde m mit $\underline{K'}$. Ferner ziehe ae parallel zur Axe, verbinde e mit F , ziehe durch F' die Linie $F'i$ parallel zu eF ; diese schneide den Strahl $m\underline{K'}$ in a' , so ist a' das optische Bild von a . Die Richtigkeit dieser Construction wird ohne weitere Erläuterung einleuchtend, wenn man bedenkt, daß der Abstand \underline{KF} gleich der zweiten und $\underline{F'K'}$ gleich der ersten Brennweite ist, und daß sich diese Brennweiten wie $n' : n$ verhalten.

Da fünf Paare von Fundamentalpunkten zur Verfügung stehen, so würden, wenn diese Paare zu je zweien als gegeben betrachtet werden, im Ganzen zehn verschiedene Constructionen für das optische Bild eines Punktes, oder überhaupt für optische Bilder denkbar seyn. Es führen jedoch nur sechs Combinationen zu sehr handlichen Constructionen, und zwar die Combinationen:

$$\begin{array}{cccc}
 H \text{ und } H' & \text{mit } F & \text{und } F' \\
 + & + & & \\
 \underline{K} & \text{»} & \underline{K'} & \text{»} & F & \text{»} & F' \\
 + & + & & & & & \\
 \underline{H} & \text{»} & \underline{H'} & \text{»} & F & \text{»} & F' \\
 \underline{K} & \text{»} & \underline{K'} & \text{»} & F & \text{»} & F' \\
 H & \text{»} & H' & \text{»} & \underline{H} & \text{»} & \underline{H'} \\
 + & + & & & & & \\
 \underline{K} & \text{»} & \underline{K'} & \text{»} & \underline{K} & \text{»} & \underline{K'} \\
 + & + & & & & &
 \end{array}$$

Diese Combinationen führen alle zu höchst einfachen Constructionen. Die *allereinfachsten* geometrischen Constructionen, d. h. diejenigen, welche mit dem Zirkel und dem gewöhnlichen Lineal die mindeste Anzahl von Operationen voraussetzen, folgen aus den beiden letzten Combinationen, und zwar:

1) Ist zu einem eintretenden Strahl im ersten Mittel der austretende im letzten Mittel zu construiren, so betrachte man die vier Hauptpunkte als gegeben. Man hat alsdann (Fig. 3 Taf. VI) nur die Ordinaten des eintretenden Strahles bei \underline{H} und \underline{H} nach $\underline{H'}$ und $\underline{H'}$ mit dem Zirkel zu übertragen, und zwar \underline{Ha} umgekehrt nach $\underline{H'a'}$, und \underline{He} aufrecht nach $\underline{H'e'}$, so ist die Verbindungslinie von e' bis a' der austretende Strahl.

2) Ist zu einem gegebenen Leuchtpunkte a (Fig. 4) der Bildpunkt zu suchen, so betrachte man die vier Knotenpunkte als gegeben. Man errichte auf dem Halbirungspunkte o der Strecke $\underline{KK'}$ ein Loth, ziehe die Verbindungslinie $a\underline{K}$ bis m , verbinde m mit $\underline{K'}$; ferner verbinde man a mit \underline{K} .

ziehe $K'i$ parallel zu aK , so ist der Durchschnittspunkt a' der gesuchte Bildpunkt. Diese beiden Constructionen sind namentlich dann zu empfehlen, wenn es sich darum handelt, rasch sehr viele Bildpunkte oder Bildlinien in einer Zeichnung zu construiren.

Die vorangegangenen Betrachtungen dürften zur Genüge zeigen, dafs, obwohl ein brechendes System von Kugelflächen allerdings durch die Kenntnifs der Gauß'schen Haupt- und Brennpunkte optisch definirt ist, der mathematischen Vollständigkeit halber die übrigen Fundamentalpunkte als gleichberechtigte in einer übersichtlichen Darstellung des Problems Erwähnung finden müssen. Uebrigens ist es sehr leicht, wenn man die Gauß'schen Hauptpunkte des brechenden Systems als bereits bekannt voraussetzt, die negativen Haupt- und Knotenpunkte und ihre Eigenschaften hinterher auch auf höchst einfachem, selbst geometrischem Wege abzuleiten.

Endlich bedarf es kaum der Erwähnung, dafs bei *Linensystemen in Luft*, in welchem Falle $n = n'$, also die beiden Brennweiten gleich werden, die Punktreihen für einfaches Bildgrößenverhältnifs zusammenfallen mit den Punktreihen für einfaches Neigungsverhältnifs der ein- und aus tretenden Strahlen. Es gibt daher nur sechs Fundamentalpunkte, da die Haupt- und Knotenpunkte beider Art zusammenfallen. Möbius hat bekanntlich die Linsenreihen in Luft ausführlich behandelt.

§. 3.

Die Verzerrung bei der Abbildung körperlicher Objecte.

Die zehn Fundamentalpunkte, welche für den allgemeinen Fall eines brechenden Systems im Vorhergehenden unterschieden wurden, zeigen sich auch als wichtig bei der Betrachtung über die Verzerrung, welche ein Gegenstand von räumlicher Ausdehnung bei seiner Abbildung in der Richtung der Axe erfährt.

Ich denke mir einen unendlich kleinen Cubus, dessen eine Kante in die X -Axe fällt, längs dieser Axe im ersten Mittel verschoben. Sein räumliches Bild verschiebt sich dabei im letzten Mittel längs der X -Axe in demselben Sinne. Das Bild ist aber im Allgemeinen kein Cubus, sondern in der Achsenrichtung zusammengedrückt oder ausgereckt, je nach dem Orte desselben.

Befindet sich der abzubildende Cubus im ersten Mittel an der Stelle $x = P$, so geschieht die Abbildung seiner senkrecht zur Axe stehenden Kanten bei $x = P'$ offenbar in demjenigen Verhältniß, welches wir oben das Bildgrößenverhältniß vom ersten zum letzten Mittel

$$v = \frac{pn'}{qn} \dots \dots \dots (21)$$

nannten. Dieses Verhältniß kann jeden Werth von $-\infty$ bis $+\infty$ annehmen, da wir ja für alle Werthe desselben reelle Werthe für P und P' erhalten. Wir wollen nunmehr dieses Verhältniß bei der Abbildung unendlich kleiner Raumgebilde das *Bildgrößenverhältniß der Querdimensionen* nennen. *Tiefendimensionen* seyen diejenigen Dimensionen unendlich kleiner Raumgebilde, welche parallel zur Axe der X gemessen worden. (Diese Benennungen sind den Vorstellungen des Sehens mit dem Auge oder den optischen Instrumenten entnommen). Die Tiefendimension wird nun bei unserem Cubus im Allgemeinen in anderem Größenverhältniß abgebildet, als die Querdimensionen.

Offenbar müssen die Endpunkte der in der X -Axe liegenden Kanten der beiden conjugirten kleinen Raumfiguren selbst paarweise conjugirte Punkte seyn. Das Verhältniß dieser Dimensionen erhalten wir also durch Vergleichung der zusammengehörigen Incremente von P und P' . Nun ist, da wir in §. 1 den Werth v als unvariabel betrachteten, nach Gleichungen (I) und (II) daselbst

$$\partial P = -\frac{n}{k} \cdot \partial v$$

$$\partial P' = -\frac{n'}{k} \cdot \frac{\partial v}{v^2}$$

Also ist das *Bildgrößenverhältniß der Tiefendimensionen* der beiden Raumgebilde vom ersten zum letzten Mittel gerechnet:

$$\frac{\partial P}{\partial P'} = \frac{n}{n'} \cdot v^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22).$$

Dieses Verhältniß kann, wie man sieht, nur positiv seyn, also können Tiefendimensionen nur *aufrecht*, d. h. in demselben Sinne abgebildet werden. Was hier von der Abbildung eines unendlich kleinen Cubus gesagt wurde, gilt natürlich von jeder kleinen Raumfigur.

Man kann nun leicht das Bildgrößenverhältniß der Quer- und Tiefendimensionen bei Object und Bild vergleichen, und erhält dadurch einen einfachen Ausdruck für die räumliche Verzerrung. Nennen wir den Quotienten aus dem Bildgrößenverhältniß der Tiefendimensionen getheilt durch das Bildgrößenverhältniß der Querdimensionen vom ersten zum letzten Mittel das *Verhältniß der räumlichen Verzerrung*, so findet sich dieses

$$W = \frac{\frac{\partial P}{\partial P'}}{v} = \frac{n}{n'} \cdot v = \frac{p}{q}.$$

Wir sehen also, daß das Zahlenverhältniß $\frac{p}{q}$ noch eine zweite Bedeutung hat. Es ergibt sich durch Vergleich mit §. 1 der Satz: »Das Verhältniß der räumlichen Verzerrung in conjugirten Orten der Axe ist der reciproke Werth des Neigungsverhältnisses der durch diese Orte ein- und austretenden Strahlen.«

Ermittelt man nun die räumliche Verzerrung in den Fundamentalpunkten, so finden sich für W folgende Werthe:

- 1) Dieser Ausdruck ist nichts Anderes, als die Tiefenvergrößerung bezogen auf die Einheit der Quervergrößerung.

conjugirte Punkte	räumliche Verzerrung
$\pm \infty$ und F'	$\pm \infty$
F „ $\pm \infty$	± 0
H „ H + „ +	$+\frac{n}{n'}$
\underline{H} „ $\underline{H'}$	$-\frac{n}{n'}$
K „ K' + „ +	$+1$
\underline{K} „ $\underline{K'}$	-1

Man sieht, daß nur in den vier Knotenpunkten (oder Knotenebenen) alle Dimensionen kleiner Raumfiguren in gleichem Verhältniß abgebildet werden, und zwar findet hierbei der bemerkenswerthe Unterschied statt, daß in den negativen Knotenpunkten die Tiefendimensionen des optischen Bildes aufrecht, die Querdimensionen umgekehrt stehen.

Nur in den positiven (Listing'schen) Knotenpunkten findet eine solche Abbildung von beliebigen, unendlich kleinen Raumgebilden statt, daß das optische Bild dem Gegenstande wirklich geometrisch ähnlich und ähnlich liegend ist nach allen Dimensionen. Zum Schlusse brauche ich wohl kaum zu bemerken, daß auch die eben besprochenen Verhältnisse der räumlichen Verzerrung auf rein geometrischem Wege demonstriert werden können.

Graz, den 24. Dezember 1870.

III. Ueber elektromagnetische Tragkraft; von A. v. Waltenhofen in Prag.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzungsber. d. Wiener Akad.)

Die bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten haben zu ganz widersprechenden Resultaten geführt. Man fand die Tragkräfte bald in demselben Verhältnisse wie die Stromstärken, bald in einem kleineren, bald wieder in einem größeren Verhältnisse wachsen.

Eine proportionale Zunahme ergibt sich z. B., wie Jacobi gezeigt hat, aus den Versuchen Dal Negro und auch aus einigen Versuchen von Jacobi selbst. Aehnliches fand Fechner. Dagegen fanden Lenz und Jacobi bei Anwendung von abgerundeten Ankern eine etwas raschere Zunahme der Tragkraft, womit auch Dub's Beobachtungen übereinstimmen, — bei anderen Versuchen mit ebenen Ankern jedoch ein Zurückbleiben der Tragkraft hinter der Stromstärke. Dieses letztere Verhalten beobachtete auch Müller und Poggendorff, und zwar in sehr hohem Grade. — Dub, welcher ein solches Zurückbleiben der Tragkräfte bei seinen Versuchen nur an einem dünnen Hufeisen beobachtete, behauptet: daß die Tragkraft in einem Verhältnisse wachse, welches zwischen dem einfachen und quadratischen liegt, jedoch näher dem letzteren¹⁾.

Die widersprechenden Resultate anderer Experimentatoren, welche eine geringere Zunahme der Tragkraft fanden, namentlich die von Dal Negro, Fechner, Müller und Poggendorff beobachteten Verhältnisse, glaubt Dub durch die Annahme erklären zu können: die bei diesen Versuchen benutzten Magnete seyen gegenüber den in Anwendung

1) Eine Uebersicht der bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten findet man in Dub, „Elektromagnetismus“ S. 137 bis 143 und in Wiedemann, „Galvanismus und Elektromagnetismus“ Bd. 2 S. 402 bis 416.

gebrachten Stromstärken von so kleinen Dimensionen gewesen, daß »Sättigung eingetreten ist,« — eine Annahme, die wohl dahin gestellt bleiben muß, da nirgends die Daten angegeben sind, aus welche sich ermitteln ließe, welche Sättigungsgrade die besagten Magnete bei jenen Versuchen thatsächlich erreicht haben.

Unter dem »Eintreten der Sättigung«, wenn dies nicht eine ganz vage Bezeichnung seyn soll, kann hier wohl nichts anderes verstanden werden als eine Magnetisirung, welche im Vergleiche mit der erzeugenden Stromstärke bereits hinter der dem Lenz-Jacobi'schen Gesetze entsprechenden Proportionalität zurückgeblieben ist. In der That gebraucht Dub obigen Ausdruck stets in diesem Sinne.

Dies vorausgesetzt, kann die obige von Dub aufgestellte und meines Wissens ziemlich allgemein angenommene Behauptung über das Wachsen der Tragkraft keinen anderen Sinn haben als:

»So lange Ströme angewendet werden, mit welchen die im nicht verankerten Hufeisen erzeugten Magnetismen proportional bleiben, wachsen die Tragkräfte rascher als jene Ströme.«

Denn, wollte man den Zustand vor eintretender Sättigung in dem bisher nirgends angewendeten Sinne auffassen, daß die im verankerten Hufeisen erregten Magnetismen den angewendeten Stromstärken proportional wären, so würde einerseits der Satz: daß in diesem Falle die Tragkraft rascher als die Stromstärke wächst, eine ganz selbstverständliche nothwendige Folgerung seyn, die gar keines Beweises mehr bedürfte, — anderseits aber auch gar keinen Werth haben, weil man eben nicht weiß, ob überhaupt jemals innerhalb meßbarer Gränzen eine solche Proportionalität stattfindet, vielmehr Poggendorff's Versuche ¹⁾ über das totale Moment eines verankerten Magneten nur ein Zurückbleiben desselben hinter den Stromstärken constatirt und somit den fraglichen Zustand vor eintretender Sättigung in diesem Sinne als nicht existirend herausgestellt haben.

1) Pogg. Ann. Bd. 85 (Siehe Wiedemann, II, 401).

Nimmt man aber das oben erwähnte Gesetz der Tragkraft in dem angegebenen einzig zulässigen Sinne, *so steht es mit sorgfältigen und zahlreichen Versuchen, welche ich darüber angestellt habe, im entschiedensten Widerspruche.*

Diese Versuche, welche Gegenstand der vorliegenden Abhandlung sind, dürften insofern großes Gewicht haben, weil bei jedem derselben der durch den magnetisirenden Strom hervorgebrachte Sättigungsgrad im nicht verankerten Magnet direct und genau gemessen worden ist, so daß darüber gar kein Zweifel obwalten kann, während die bisherigen Versuche über die dabei angewendeten Sättigungsgrade gar keinen Aufschluß geben, weshalb denn auch alle unter dießbezüglichen Voraussetzungen daraus abgeleiteten Schlussfolgerungen — da diese Voraussetzungen eben nicht constatirt werden können — als auf unbewiesenen Annahmen beruhend, ganz unzuverlässig sind.

Der Apparat, dessen ich mich bei meinen Versuchen bediente, bestand aus folgenden Theilen:

1. Die Vorrichtung zur Messung der Tragkräfte. Dieselbe ist Fig 8 Taf. VI abgebildet. Im unteren Theile eines rahmenförmigen hölzernen Gestelles ist der untersuchte Elektromagnet mit aufwärts gekehrten Schenkeln befestigt. Sein Eisenkern ist ein, soweit die Magnetisirungsspirale reicht, fast halbkreisförmiger zusammengebogener runder Stab von 181^{mm} Länge und 10^{mm} Durchmesser und wiegt 116,39 Grammen. Diesen Eisenkern umgibt eine dicht anliegende Spirale von 52 Windungen eines 2^{mm} dicken, gut übersponnenen Kupferdrahtes. Ein zweiter genau eben solcher Elektromagnet diente als Anker, und zwar entweder:

A. Im nicht magnetisirten Zustande, das heißt in der Weise, daß seine Spirale unbenutzt blieb, oder

B. in der Art, daß derselbe Strom sowohl durch die Windungen des fixen Elektromagnets als auch durch jene des eben besagten Ankers geleitet wurde und er somit beide genau gleich magnetisirte, wobei die Drahtverbindung selbstverständlich so angeordnet war, daß die ungleichnamigen Pole übereinander kamen.

C. Außerdem war beim Apparate noch ein dritter Anker, bestehend aus einem Stücke weichen Eisens von beiläufig 133^{mm} Länge, 44^{mm} Breite, 10^{mm} Dicke und 500,4 Grammen Gewicht. Die für die ebenen Polflächen des Elektromagnets bestimmte Seite dieses Ankers ist halbcylindrisch abgerundet, während der andere Anker, sowie der fixe Elektromagnet, ebene Berührungsflächen hat.

Der bei den betreffenden Versuchen benutzte Anker wurde, wie aus der Abbildung ersichtlich, an eine Federwaage gehängt, die selbst wieder an einer einfachen Aufzugsvorrichtung hängt. Eine starke Saite nämlich, an deren einem Ende die Federwaage befestigt ist, läuft zunächst über eine fixe Rolle am oberen Querbalken des Gestelles und ist mit ihrem anderen Ende an der Peripherie einer an demselben Querbalken befindlichen zweiten Rolle festgemacht, die mittelst einer in der Richtung eines Radius angebrachten Handhabe gedreht werden kann. Diese zweite Rolle ist übrigens, wie die Abbildung zeigt, auch noch mit einer Verzahnung versehen, welche ihre Arretirung mittelst eines Sperrhakens gestattet, wovon übrigens in den meisten Fällen kein Gebrauch gemacht wurde, indem dieser Sperrhaken in der Regel ausgerückt blieb.

Bei diesem Apparate konnte man nun, sobald der Anker angezogen war, mit einer bequem und sicher auszuführenden Handbewegung an der Kurbel, die Federwaage beliebig langsam spannen und den Gang des Zeigers dabei verfolgend die Spannung ablesen, bei welcher das Abreißen des Ankers erfolgte.

2. Der Apparat zur Bestimmung des Sättigungsgrades des Elektromagnets. Zu diesem Zwecke benutzte ich meinen in der Abhandlung »Ueber die Coërcitivkraft verschiedener Stahlorten« (im 121. Bande dieser Annalen) beschriebenen und seither auch bei anderen Untersuchungen vielfach verwendeten magnetischen Mefssapparat in der Fig. 9 Taf. VI dargestellten Anordnung. In einem der beiden Schlitten — westlich von der Bussole — befand sich in senkrechter Lage zum magnetischen Meridian ein gerader

Elektromagnet, der, sowohl was den Eisenkern als auch was die Spirale betrifft, auf das Genaueste mit dem oben beschriebenen Elektromagnet übereinstimmt, mit dem einzigen Unterschiede, daß eben der eine gebogen, der andere aber gerade ist. Oestlich von der Bussole befand sich eine gleiche Spirale wie bei dem soeben beschriebenen geraden Elektromagnet, aber ohne Eisenkern, zur Vermeidung von Biegungen jedoch mit einem eingeschobenen Holzstäbchen von gleicher GröÙe versehen, welches in der Zeichnung weggelassen ist. Beide Spiralen waren so eingestellt und verbunden, daß sich ihre Wirkungen auf die Nadel vollkommen aufhoben, was vor jeder Versuchsreihe, nach vorläufiger Entfernung des Eisenstabes, mit den größten verfügbaren Stromstärken sorgfältig geprüft wurde. Hatte man alsdann den Eisenstab wieder eingeschoben, so zeigte die Bussole lediglich die vom Stabe bewirkten Ablenkungen an, aus welchen sofort auch die den angewendeten Stromstärken entsprechenden Sättigungsgrade des geraden und des gleichzeitig in dieselbe Stromleitung eingeschalteten hufeisenförmigen Elektromagnets (diesen letzteren als nicht verankert angenommen) berechnet werden konnten¹⁾.

Zum Behufe dieser Rechnungen war die Horizontalintensität des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte dieses Apparates zuvor mit einem Lamont'schen Theodolith wiederholt gemessen und (in dem nicht eisenfreien Locale) = 1,725 gefunden worden. Der Abstand der Mitte des Stabes von der Axe der Bussole betrug 593,5 Millim.

Die mehrfach erwähnte Bussole ist eine besonders sorgfältig gearbeitete, mit einer Balkennadel mit Achathütchen versehene Mefstischbussole.

- 1) Gleichwohl wird im Allgemeinen, wenn man sich einen geraden Elektromagnet zu einem Hufeisen zusammengebogen denkt, diese Formänderung in Folge der Wechselwirkung beider Schenkel eine etwas veränderte magnetische Erregung bedingen; doch kann dieselbe im vorliegenden Falle bei der verhältnißmäßig großen Entfernung beider Schenkel keinen irgend erheblichen Einfluß auf den hier in Rede stehenden Sättigungsgrad haben.

3. Die zur Erzeugung, Messung, Regulirung und Umkehrung des Stromes dienenden Instrumente und Geräthschaften.

Als Stromquelle diente eine Kohlenbatterie, welche bei den zulässigen Widerstandsänderungen eine Steigerung der Stromstärke bis zu etwa 250 chemischen Einheiten gestattete, welche Stromstärke eben erforderlich war, um den Eisenkern bis zu 50 Proc. der absoluten Sättigung zu bringen.

Zum Messen der Stromstärke dienten abwechselnd zwei Gaugain'sche Tangentenbussolen, bei welchen sich für die Reductionscoëfficienten der Ablenkungstangenten auf chemisches Maafs beziehungsweise die Zahlen 4,43 und 40,81 ergeben hatten.

Zur Regulirung des Stromes waren eine Siemens'sche Widerstandsscale und ein Schrauben-Rheostat nach Pogendorff (mit Serpentinwalze) in Verwendung.

Zur Umkehrung und Unterbrechung des Stromes diente ein Pohl'sches Gyrotrop, aus Quecksilbernäpfen und dicken Drahtbügeln gebildet.

Die einzelnen Theile des beschriebenen Apparates waren so aufgestellt und verbunden, daß weder der Hufeisenmagnet noch die Leitungsdrähte eine störende Wirkung auf die beiden Bussolen üben konnten und daß die Bussole des magnetischen Mefsapparates auch keine Störung von Seite der Tangentenbussole erfuhr. Doch wäre die Entfernung dieser beiden Instrumente zu gering gewesen, um auch eine störende Wirkung des geraden Elektromagnets auf die Tangentenbussole zu verhindern, weshalb der Eisenkern vor jeder Ablesung an der Tangentenbussole aus seiner Spirale (welche für sich allein nicht mehr auf die Tangentenbussole wirkte) entfernt werden mußte, nachdem zuvor seine Wirkung auf die Mefstischbussole an dieser abgelesen worden war. Diefs geschah für jede Stromstärke zweimal, nämlich bei gewechselter Stromrichtung, und sind daher die nachstehend angeführten Ablenkungswinkel an beiden Bussolen immer die Mittel aus je zwei bei entgegengesetzter

Stromrichtung gemachten Ablesungen. Bei jeder Stromrichtung wurden mindestens zwei Tragkraftbestimmungen gemacht, also mindestens vier bei jeder Stromstärke, deren Mittel die nachstehend angegebenen Tragkräfte sind.

In solcher Weise wurden mehrere Versuchsreihen ausgeführt, so daß endlich fast für jede einzelne oder doch nicht viel verschiedene Stromstärken mehrere Tragkraftbestimmungen vorlagen, von welchen jedoch immer diejenige, welche den größten Werth ergab, als die richtigste angesehen und bei der graphischen Darstellung (Fig. 10 Taf. VI) der Versuchsergebnisse zu Grunde gelegt wurde. Es ist nämlich bei magnetischen Tragkraftbestimmungen allgemein üblich und auch ganz gerechtfertigt nach diesem Grundsatz vorzugehen, indem man wohl annehmen muß, daß dort, wo bei Anwendung gleicher Stromstärken verschiedene Tragkräfte sich ergaben, die kleineren durch ungünstige Stellung des Ankers beim Abreißen herbeigeführt worden sind.

Die in der Rubrik α stehenden Zahlen sind die Ablenkungen an der Tangentenbussole, und es bedeutet die beigefügte römische Zahl das bei dem betreffenden Versuche benutzte Instrument, nämlich I jenes mit dem größeren; II jenes mit dem kleineren Reductionsfactor.

Unter s sind die Stromstärken nach chemischem Maasse angeführt.

Unter β kommen die vom geraden Elektromagnete bewirkten Ablenkungen an der Mefstischbussole vor und unter p die entsprechenden Sättigungsgrade in Procenten, wobei ein Moment von 2100 absoluten Einheiten per Milligramm als Gränze der Magnetisirbarkeit angenommen war¹⁾. Die mit V überschriebenen Zahlen sind die Verhältniszahlen dieser Sättigungsgrade unter sich, wobei die kleinste bei meinen Versuchen vorgekommene Sättigung von 3,01 Proc. als Einheit zu Grunde liegt. Die Quotienten $\frac{p}{s}$ lassen die

1) Siehe meine hierauf bezügliche Abhandlung. Diese Annalen Bd. 137.

Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke erkennen.

Unter T endlich sind die Tragkräfte in Kilogrammen verzeichnet. Sie sind an der von 2 bis 20 Kilogramm hergestellten und von Zeit zu Zeit revidirten empirischen Scale der Federwaage abgelesen, oder vielmehr die oben näher bezeichneten Mittelwerthe dieser Ablesungen.

Mit jedem der drei Anker A , B und C wurden Versuche gemacht und ich lasse die Ergebnisse derselben nur der Reihe nach folgen¹⁾.

Anker A .

No.		α	s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74° 48'	16,29	2° 22'	3,01	1,97	0,194	1,00
2	II	81 3	28,11	4 22	5,57	4,17	0,198	1,85
3	II	82 51	35,29	5 19	6,79	4,92	0,192	2,25
4	II	84 27	45,55	6 58	8,91	6,27	0,196	2,96
5	I	65 27	89,35	13 42	17,78	10,27	0,199	5,90
6	II	87 23	96,86	14 35	18,98	10,27	0,196	6,30
7	II	88 3	130,01	18 49	24,85	11,37	0,191	8,24
8	I	77 48	188,77	27 42	38,29	14,02	0,203	12,70
9	I	80 36	246,53	35 10	51,39	14,42	0,208	17,05
10	I	80 42	249,23	35 33	52,12	14,42	0,209	17,29

Anker B .

No.		α	s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74° 34'	16,03	2° 26'	3,10	5,37	0,193	1,02
2	II	83 15	37,40	5 36	7,15	8,97	0,191	2,37
3	II	84 27	45,55	6 50	8,74	10,27	0,192	2,90
4	II	87 13	91,05	13 34	17,60	13,87	0,193	5,84
5	I	80 12	236,28	34 18	49,75	16,24	0,211	16,51

1) Selbstverständlich wurde von der an der Federwaage abgelesenen Tragkraft überall das Gewicht des betreffenden Ankers, nämlich 0,2313 Klg. für A oder B und 0,5004 Klg. für C in Abzug gebracht.

Anker C.

No.		α	s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	I	21° 15'	15,87	2° 36'	3,31	3,75	0,209	1,10
2	I	83 49	27,34	4 22	5,57	6,15	0,204	1,85
3	I	42 27	37,33	6 21	8,12	7,35	0,217	2,69
4	I	55 45	59,95	10 0	12,86	9,90	0,215	4,27
5	I	57 0	62,85	10 30	13,52	10,90	0,215	4,48
6	I	68 0	101,02	16 45	21,95	12,82	0,217	7,28
7	I	75 57	163,09	25 55	35,44	14,50	0,217	11,76
8	I	79 12	213,95	32 21	46,20	15,50	0,216	15,33

Mit dem Anker A war eine grössere Anzahl von Versuchen gemacht worden, von welchen in obiger Tabelle diejenigen zusammengesetzt sind, welche die relativ größten Tragkräfte ergaben. Die übrigen, welche übrigens unten sich ebenfalls einen ziemlich regelmässigen Verlauf zeigen, enthält die nachstehende Tabelle.

Anker A.

No.		α	s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
11	I	30° 39'	24,18	4° 16'	5,44	3,27	0,225	1,80
12	I	45 27	41,46	6 45	8,63	5,27	0,208	2,86
13	I	52 6	52,43	7 45	9,93	6,07	0,189	3,29
14	I	55 0	58,29	9 45	12,53	6,72	0,215	4,16
15	I	61 21	74,70	12 24	16,04	7,57	0,215	5,32
16	I	68 6	101,53	16 42	21,88	9,02	0,216	7,26
17	I	72 0	125,61	20 30	27,27	10,52	0,217	9,05
18	I	78 57	208,99	30 30	42,96	12,67	0,206	14,25
19	I	80 36	246,53	35 12	51,45	13,22	0,209	17,07

Einen besseren Ueberblick der Resultate gewährt die Fig. 10 Taf. VI beigefügte graphische Darstellung der in den drei ersten Tabellen angeführten Tragkraftbestimmung, wobei die Sättigungsprocente als Abscissen und die Tragkräfte in Kilogrammen als Ordinaten aufgetragen sind.

Die Curve für den Anker C verläuft zwischen jenen für den nicht magnetisirten Hufeisenanker. Alle drei Curven zeigen eine ziemlich rasche Convergenz gegen eine zur

Abscissenaxe parallele Asymptote, welche einem Tragkraftsmaximum von 18 Kilogrammen entsprechen dürfte.

Man sieht, daß die beobachteten Tragkräfte diesem Maximum schon bei einer Stromstärke ziemlich nahe kommen, welche im nicht verankerten Magnet erst ungefähr die halbe Sättigung erzeugt. Ein rascheres Anwachsen der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke ist nur bei viel kleineren Sättigungsgraden beobachtet worden, nämlich beim Anker A bei Tragkräften zwischen 2 und 4 Kilogrammen, welche Sättigungsgraden von etwa 3 bis 5 Proc. im nicht verankerten Magnet entsprechen und etwa dem 26fachen Gewichte des Magnets gleichkommen. Es ist daher sehr erklärlich, wenn Dub¹⁾ z. B. bei seinen Versuchen mit einem Hufeisenmagnet von 1 Zoll Schenkeldurchmesser und 6 Zoll Schenkellänge bis zur Tragkraft von 68 Pfunden eine raschere Zunahme der Tragkräfte im Vergleiche mit den Stromstärken erhalten hat. Diese Tragkraft von 68 Pfd. beträgt nämlich (wenn die ganze Länge des ausgestreckten Hufeisens zu etwa 18 Zollen gerechnet wird) beiläufig nur das 17fache vom Gewichte des Magnets und läßt daher mit großer Wahrscheinlichkeit einen noch viel geringeren Sättigungsgrad voraussetzen als im soeben besprochenen Falle, nämlich von ungefähr 4 Proc. im nicht verankerten Hufeisen. Im Bereiche so geringer Sättigungsgrade wächst aber auch der freie Magnetismus eines Eisenstabes noch in einem rascheren Verhältnisse als die Stromstärken²⁾. Damit soll

1) »Elektromagnetismus« S. 141.

2) Ich will hier beispielsweise einen Versuch dieser Art anführen mit einem Eisenstabe, an welchem ich diese Anomalie in einem ungewöhnlich hohen Grade beobachtet habe. Ein 103^{mm} langer und 20^{mm} dicker Cylinder wurde magnetisirt in einer eng anschließenden 91^{mm} langen Spirale mit 4 Lagen von je 24 Windungen eines 3^{mm} dicken Kupferdrahtes. Derselbe zeigte bei den in der Rubrik x angeführten Stromstärken (deren Einheit ungefähr 9 chemische Stromeinheiten betrug) die in der Rubrik y beigefügten Magnetismen (in Millionen von absoluten Einheiten ausgedrückt).

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6,02	12,97	21,37	31,67	42,32	52,99	64,82

Man sieht hieraus, daß der erregte Magnetismus beinahe im Ver-

übrigens nicht gesagt seyn, daß hierin die einzige Ursache für die innerhalb gewisser Gränzen beobachtete raschere Zunahme der Tragkräfte liege, denn offenbar kommt hier auch noch die Rückwirkung des Ankers in Betracht, deren Antheil an der magnetischen Erregung des geschlossenen Hufeisens jedoch mit zunehmender Sättigung sehr rasch abnehmen muß.

In der That ist eine raschere Zunahme der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke durch die Versuche von Dub und von mir nur für sehr geringe Magnetisirungen constatirt, und in dieser aber auch nur in dieser Einschränkung findet sie auch in dem oben Gesagten ihre ganz befriedigende Erklärung.

Eine Tragkraftszunahme aber im *quadratischen* Verhältnisse der Stromstärke, zu deren Voraussetzung ein nicht ganz richtiges Raisonnement bisweilen geführt hat, ist meines Wissens niemals beobachtet worden und wäre auch nur innerhalb sehr enger Gränzen möglich.

Dazu würde nämlich erforderlich seyn, daß auch der im *geschlossenen* Hufeisen und Anker erregte Magnetismus proportional den successive angewendeten Stromstärken anwachse, was aber nur bei so äußerst geringen Magnetisirungen denkbar ist, bei welchen sichere Tragkraftbestimmungen kaum ausführbar seyn dürften.

Aber nicht nur bei der Berührung zwischen Magnet und Anker, wie sie bei Tragkraftbestimmungen stattfindet, sondern auch bei der »Anziehung« durch ein dünnes Diaphragma kann jene Proportionalität der in Wechselwirkung stehenden Magnetismen des Hufeisens und Ankers mit der Stromstärke und somit auch die dadurch bedingte Proportionalität der Anziehung mit dem Quadrate der Stromstärke

hältnisse 1 zu 11 wuchs, während die Stromstärke auf das 7fache gesteigert wurde. Es mag hierbei noch bemerkt werden, daß dieser Stab, welchem vermöge seines Gewichtes ein magnetisches Maximum = 519 entspricht, bei der Stromstärke $x=3$ eine Sättigung von ungefähr 4 Proc. hatte.

nur eine sehr beschränkte seyn. In der That hat Dub bei einem Hufeisen von 6 Zoll Schenkellänge und $\frac{1}{2}$ Zoll Schenkeldurchmesser schon bei nicht sehr starken Strömen Abweichungen von diesem Gesetze erreicht ¹⁾).

Wie rasch die magnetische Sättigung durch die Rückwirkung des Ankers (bei der unmittelbaren Berührung) gesteigert wird, läßt sich an einem speciellen Falle, den meine Versuche darbieten, nachweisen.

Einem Häcker'schen Stahlmagnet vom Gewichte (116 Gr.) meines Elektromagnets entspricht nach der (für Grammen umgerechneten) Häcker'schen Formel

$$T = 103,33 P^{\frac{2}{3}}$$

eine Tragkraft von 2,46 Kilogrammen, während seine Sättigung bei vorgelegtem Anker mit 400 absoluten Einheiten per Milligramm (d. i. etwa 20 Proc.) gewifs nicht zu hoch angenommen ist, wenn man erwägt, dafs ungefähr dieser Sättigungsgrad bei kleinen Stahlmagneten schon im nicht verankerten Zustande erreichbar ist ²⁾. Ungefähr dieselbe Sättigung wird also auch ein Elektromagnet haben müssen, um eine gleiche Tragkraft von 2,46 Kilogrammen zu äußern. Erwägt man nun, dafs mein Elektromagnet die Tragkräfte 1,97 und 4,17 bei Stromstärken hatte, welche im nicht verankerten Magnet beziehungsweise die Sättigungsgrade von 3,01 und 5,57 Proc. erzeugten, dafs er also — wie man durch Interpolation findet — jene Tragkraft 2,46 bei einer Stromstärke haben würde, welche im nicht verankerten

1) »Elektromagnetismus« S. 132.

2) Nach W. Weber kann man bei einem sehr starken Stahlmagnet 400 absolute Einheiten auf 1 Milligramm Stahl rechnen. Doch scheint der erreichbare permanente Sättigungsgrad nach meinen Erfahrungen in hohem Grade von der Größe und Form des Querschnittes abhängig zu seyn; denn während es mir z. B. gelungen ist ein cylindrisches Stäbchen aus glashartem Wolframstahl von 6^{mm} Durchmesser bis auf nahe 470 Einheiten per Milligramm bleibend zu magnetisiren, fand ich bei zwei Haarlemer Magnetstäben von Querschnitte (17)² Quadratmillimeter (bei etwa 100^{mm} Länge) Momente von nur 40 bis 50 Einheiten per Milligramm.

Magnet eine Sättigung von 3,5 Proc. hervorbringt, so folgt hieraus, daß dieser Sättigungsgrad durch das Vorlegen des Ankers auf den nahezu 6fachen Betrag (von 20 Proc.) gesteigert werden muß.

Demnach erscheint auch das Ergebniss meiner Versuche ganz erklärbar, daß nämlich die Tragkräfte nur bei sehr geringen Magnetisirungen rascher wachsen als die Stromstärken, und sehr bald hinter der innerhalb enger Gränzen stattfindenden Proportionalität zurückbleiben, und zwar in der Art, daß Tragkräfte, welche dem Maximum schon ziemlich nahe kommen, schon bei Stromstärken erreicht werden, für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz für den nicht verankerten Magnet noch in voller Geltung ist. In der That zeigen meine Versuche mit dem Anker C eine Tragkraft (15,5) von 86 Proc. des Minimums (18) schon bei einer Stromstärke, welche im nicht verankerten Magnet nur eine Sättigung von 46 Proc. hervorzubringen vermag und für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz noch vollkommen zutrifft.

Die widersprechenden Resultate verschiedener Beobachter, welche für die Tragkräfte bald ein mit den Stromstärken proportionales, bald ein rascheres, bald wieder ein langsames Wachsen herausgestellt haben, erklären sich also einfach in der Weise, daß jedes dieser drei Gesetze innerhalb gewisser Gränzen Geltung hat, nach Maafsgabe des bereits erreichten Sättigungsgrades.

In dem Berichte über die neuesten Fortschritte der Physik (S. 531) versucht Müller die Ergebnisse seiner eigenen Untersuchungen über magnetische Tragkraft, welche ebenfalls eine rasche Annäherung an ein Maximum herstellt haben, mit seiner Formel für den Zusammenhang zwischen Magnetismus und Stromstärke in Einklang zu bringen, indem er dabei von dem Grundsatz ausgeht, daß die Tragkraft jedenfalls dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional seyn müsse.

Wenn Müller in Folge dessen sofort in der Formel

$$s = ad^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \frac{m}{bd^{\frac{1}{2}}} 1)$$

statt m die Quadratwurzel der Tragkraft \sqrt{F} substituirt, so ist dagegen zunächst einzuwenden, *dafs dieser Vorgang nur dann zulässig ist, wenn man m nicht mehr die ursprüngliche Bedeutung des in einem nicht verankerten Magnet erzeugten freien Magnetismus, für welchen einzig und allein die Müller'sche Formel nachgewiesen worden ist, beilegt, sondern von der ganz willkürlichen Annahme ausgeht, dafs diese Formel auch für den im geschlossenen Hufeisen erregten Magnetismus, der eben bei der Tragkraft in Rechnung kommt, Geltung habe.* Natürlich hat dann auch a einen anderen Werth, als wenn die Formel ihre gewöhnliche Bedeutung beibehalten soll, während b durch die Einführung von \sqrt{F} sofort auch von der Gestalt des Magnets und seines Ankers abhängig wird.

Diefs vorausgesetzt, kommt die weitere Frage in Betracht, ob die so transformirte Formel eine befriedigende Uebereinstimmung mit den Beobachtungen zeige.

Da die S. 532 und 533 des citirten Berichtes enthaltene Zusammenstellung beobachteter und berechneter Werthe nicht vollständig ist, so habe ich die Rechnung beispielsweise für alle S. 528 verzeichneten mit dem Magnet No. I bei Anwendung der Spiralen II, III und IV angestellten Versuche ausgeführt mit Beibehaltung der von Müller selbst bestimmten Constanten. Dabei hat sich herausgestellt, dafs die meisten Werthe allerdings gut stimmen, mitunter aber auch bedeutende Abweichungen hervortreten, wie z. B. die bei den Stromstärken 5, 10, 16 und 24 beobachteten Tragkräfte 1900, 7900, 6500 und 7500, im Vergleiche mit den berechneten 2573, 9049, 7263 und 8169 zeigen.

Bemerkenswerth ist auch das auffallend geringe Tragkraftsmaximum von nicht ganz 12 Kilogrammen, welches Müller aus seinen Versuchen mit dem vermöge der angegebenen Dimensionen mindestens 300 Grammen schweren

1) Wobei s die Stromstärke, m den erzeugten Magnetismus, d den Stabdurchmesser und a und b Constante bedeuten.

Magnet No. I gefolgert hat, im Vergleiche mit der bei meinem nur 116 Grammen schwereren Magnet thatsächlich erreichten Tragkraft von fast 16 Kilogrammen. Die viel geringere Leistung eines ungefähr dreimal schwereren Hufeisens dürfte wohl in einer nicht entsprechenden Beschaffenheit des Ankers¹⁾ ihren Grund gehabt haben.

Immerhin würde aber auch eine bessere Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Tragkräfte zu keiner Schlussfolgerung auf die Richtigkeit der Voraussetzungen berechtigen, welche bei der besagten Umgestaltung der Müller'schen Formel zu Grunde gelegt worden sind; denn es ist nicht schwer mit Benutzung der Funktion $\arctg.$ unter sehr verschiedenen Modificationen zu Formeln zu gelangen, die sich durch entsprechende Wahl der Constanten den Beobachtungen ziemlich gut anpassen lassen.

Ein Beleg dafür ist die Thatsache, dafs ich, bevor ich jene auf die Tragkraft angewendete Formel von Müller in dessen Bericht gelesen hatte, auf eine andere mit obigen Voraussetzungen nicht vereinbare Formel gekommen war, welche mit den Versuchen mindestens ebenso gut, wenn nicht besser stimmt als jene. Diese Formel ist die einfachere:

$$T = b \arctg a \cdot s$$

wobei wieder T die Tragkraft, s die Stromstärke und a und b Constante bedeuten.

Für das Tragkraftsminimum = 18 meines Elektromagnets mufs, wenn $\arctg.$ in Graden gerechnet wird.

$$b = \frac{18}{90} = 0,2$$

seyn, während sich für a aus den Versuchen mit dem Anker C der Werth 0,0202 ergibt. Mit diesen Constanten giebt die Formel nachstehende berechnete Tragkräfte im Vergleiche mit den beobachteten.

1) Wenngleich derselbe, wie S. 527 des citirten Berichtes bemerkt ist, einem Logeman'schen nachgebildet war.

Stromstärke	Tragkraft	
	berechnet	beobachtet
27,34	5,74	6,15
62,85	10,61	10,90
101,02	13,03	12,82
163,09	14,80	14,50
213,95	15,52	15,50

Die Curve der berechneten Tragkräfte für den Anker C ist in der beigelegten Zeichnung punktirt und schließt sich jener der beobachteten Tragkräfte sehr genau an. Damit soll übrigens nicht gesagt seyn, daß ich auf diese Uebereinstimmung großes Gewicht lege oder daraus einen Vorzug meiner Formel von der Müller'schen herleiten will.

Weder die eine noch die andere giebt theoretische Aufschlüsse an die Hand, und beide haben vorläufig nur den Werth, die große Regelmäßigkeit, mit welcher sich bei sorgfältig durchgeführten Versuchen die Tragkräfte einem Gränzwerte nähern, besser anschaulich zu machen.

Eine ausgedehntere Brauchbarkeit würden solche Formeln erlangen, wenn die Abhängigkeit der Tragkraft von den Dimensionen des Magneten soweit erforscht wäre, daß eine der Constanten (nämlich b in obigen Formeln) für jeden Magnet sofort aus seinen Dimensionen berechnet werden könnte, so wie z. B. in Folge meiner Nachweisungen über die Gränze der Magnetisirbarkeit dieselbe für jeden Magnet sofort aus seinem Gewichte bestimmt werden kann, wodurch die experimentelle Bestimmung des Coefficienten β in der Formel $y = \beta \gamma \arctg \frac{x}{a\gamma^{\frac{1}{3}}}$ entfallen ist.

Wie man übrigens in einzelnen Fällen mit Benutzung der Häcker'schen Erfahrungen über Stahlmagnete, wenn deren Sättigung bei vorgelegtem Anker ermittelt werden kann, auf das Tragkraftsminimum eines gleich schweren Elektromagnets zu schließen vermag, habe ich in dem Berichte über die Sitzung der könl. böhm. Gesellschaft der

Wissenschaften vom 10. März 1869 bereits an einem Beispiele dargethan.

VI. *Ein merkwürdiger Brunnen;*
von H. Vogelsang.

Während der Monate August und September war hier in Delft eine Naturerscheinung zu beobachten, welche vorzüglich deshalb eine allgemeinere Beachtung verdient, weil dergleichen Phänomene bis jetzt nur an heißen Quellen wahrgenommen und deshalb gewöhnlich durch Mitwirkung eines ungewöhnlichen Wärmeheerdes zu erklären sind. Durch die Untersuchung der Holländischen Regierung, welche die nöthigen Gelder bewilligte, um den Eigenthümer schadlos zu stellen, war man in der Gelegenheit, die Natur sich selbst überlassen, und während sieben Wochen die Ereignisse genau verfolgen zu können. Die Beobachtungen, welche ich darüber mittheile, sind größtentheils durch meinen Collegen Prof. van de Sande-Bakhuisen ausgeführt; ich selbst bin nach längerer Abwesenheit erst Anfangs September nach Delft zurückgekehrt.

Bei dem Einrammen der eisernen Röhren zu einem Norton-Brunnen vernahm man am 3. August, als die Röhren ungefähr 17,5 Meter eingetrieben waren, plötzlich ein starkes Gasgebläse, unmittelbar darauf wurde eine Wassermasse mit solcher Gewalt gegen den Rammblock getrieben, daß dieser ein wenig gehoben wurde, und als man ihn entfernte, stieg Wasser und Gas in schäumendem Strahl 14 Meter hoch frei in die Luft. Diese kolossale Fontaine erhielt sich in gleicher Stärke von Nachmittags halb vier bis zum anderen Morgen um halb sechs Uhr; von diesem Zeitpunkt an hörte die ununterbrochene Thätigkeit auf, und es begannen intermittirende Ausströmungen, mit Zwischen-

pausen, welche im Anfang dieser Periode ungefähr 9 Minuten dauerten. Plötzlich nahm nach solch einer Ruhezeit die Gasentwicklung zu, das Wasser stieg auf, lief erst ruhig über den Rand der Rohre, wurde dann kräftiger gehoben, bis es schäumend von Gas, ungefähr 8 Meter hoch emporstieg, bald aber sank der Strahl wieder herab, endlich floss nur noch ein wenig Schaum über den Rand, und nach etwa einer Minute war die Eruption zu Ende. Das ausströmende Gas war leicht entzündlich, und brannte mit großer, doch wenig leuchtender Flamme, was namentlich gegen Ende einer Wasserausströmung, wenn noch gleichzeitig Wasser überfloss, ein eigenthümliches Schauspiel darbot. Während der eigentlichen Eruption war natürlich wegen der heftigen Luft- und Wasserbewegung die Flamme nicht brennend zu erhalten.

Die intermittirende Thätigkeit dauerte vom 4. bis zum 21. August; die Zwischenpausen nahmen in dieser Zeit allmählich zu, erst sehr langsam und regelmässig, seit dem 14. August aber, nach einer gewissen Veränderung in der Eruptionsercheinung, wurde die Zunahme bedeutender. Am 17. Aug. dauerten die Ruheperioden eine gute Stunde, am 18. Aug. bereits 4 Stunden, am 20. und 21. Aug. 6 Stunden, und am letzt genannten Tage hat der Brunnen zum letzten Mal aus eigener Bewegung das Schauspiel einer Eruption geboten. Nach dieser Zeit fand allein Gasentwicklung statt, in der Weise, daß anhaltend kleine Gasbläschen, und durchschnittlich alle 10 Secunden eine größere Gasblase aufstiegen. Wenn man jedoch die Röhre ungefähr 10 Minuten lang mit der Hand gasdicht verschloß, wobei man eine allmähliche Zunahme der Spannung fühlte, so stieg nachher das Wasser wieder empor, und es erfolgte eine Eruption, ganz von derselben Art, wie früher sich von selbst ereigneten. Nach der Ausströmung war ungefähr eine halbe Stunde Ruhe nöthig, bis man die Erscheinung wieder in derselben Intensität hervorrufen konnte. Während der Ruhezeit konnte man das ausströmende Gas dauernd brennend erhalten; die Flamme war gewöhnlich

klein und lichtschrach, stieg aber allemal höher auf, wenn eine grössere Gasblase heraufkam.

In diesem Zustand blieb der Brunnen unverändert bis zum 19. September, an welchem Tage der Eigenthümer dazu schritt, denselben zu vertiefen, um aus grösserer Tiefe trinkbares Wasser zu erhalten. In 25 Meter Tiefe wurde ein Versuch gemacht, viel Sand und Wasser ausgepumpt, das Wasser war jedoch nicht befriedigend. Abends, wenn die Arbeit ein paar Stunden lang geruht, hatte sich noch eine kleine Menge brennbares Gas in der Röhre angesammelt. Aus 30 Meter Tiefe erhielt man, stets im Sande weiter bohrend, Wasser, welches für die gewünschten Zwecke genügend erschien, es wurde wiederum viel loser Sand ausgepumpt, endlich eine gewöhnliche Pumpe oben mit der Röhre verbunden, und gegenwärtig ist von dem intermittirenden Brunnen Nichts mehr zu sehen.

Dieses der allgemeine Verlauf des Phänomens. Bevor wir eine Erklärung desselben versuchen, müssen wir über die vorliegenden Beobachtungen einige genauere Angaben mittheilen. In Betreff der ersten Periode anhaltender Ausströmung beruht das oben Gesagte auf den Aussagen des Eigenthümers, der Arbeitsleute und der Nachbarn; eine wissenschaftlich gebildete Person ist nicht dabei gegenwärtig gewesen. An dem Baumgestelle und den nächstliegenden Gebäuden sind jedoch die Spuren dieser gewaltigen Eruption dauernd sichtbar geblieben; aus den braunen Rostflecken, die man daran wahrnimmt, lässt sich ferner schliessen, dass dieses zuerst frei gewordene Wasser viel Eisen, wahrscheinlich als kohlen-saures Eisenoxydul aufgelöst enthielt, und da das Lösungsvermögen des gewöhnlichen Wassers zu diesem Salze gering ist, aber verstärkt wird durch die Gegenwart von Kohlensäure, und wahrscheinlich auch durch zunehmenden Druck, so lässt sich aus dem grossen Eisengehalt des Wassers wohl die Folgerung ableiten, dass dasselbe viel Kohlensäure, unter starkem Druck gebunden, enthielt.

Was die zweite und dritte Periode der Eruptionsthätig-

keit betrifft, so kann ich nichts Besseres thun, als das folgende Journal mitzutheilen, welches der Hr. van de Sande-Bakhuisen über seine Beobachtungen geführt, und mir gütigst zur Verfügung gestellt hat. Die Zeiten der Ruhe sind darin mit r , die Dauer der Ausströmungen ist durch a bezeichnet; die übrigen Abkürzungen ergeben sich von selbst.

5. Aug. Morgens. $r = 9$ Minuten, ungefähr, keine genaue Beobachtung.

6. Aug. Das spec. Gew. des ausströmenden Gases bestimmt zu 0,716.

8. Aug. 1 Uhr Mittags.

$r = 9^m 25^s$; $9^m 27^s$	im Mittel $9^m 26^s$
$a = 50^s$; 40^s ; 43^s	im Mittel 43^s

9. Aug. 6 U. 30. Ab.

$r = 11^m 0^s$; $10^m 59^s$	im Mittel $11^m 0^s$
$a = 40^s$; 40^s ; 38^s	im Mittel 39^s

9. Aug. 10 U. Ab.

$r = 11^m 30^s$; $11^m 23^s$	im Mittel $11^m 27^s$	} Un- sicher
$a = 30^s$; 37^s	im Mittel 34^s	

10. Aug. 1 U. Mittags

$r = 12^m 14^s$; $12^m 12^s$; $12^m 11^s$; $12^m 11^s$	im Mittel $12^m 12^s$
$a = 35^s$; 40^s ; 41^s ; 38^s ; 39^s	im Mittel 39^s

Der Wasserstand in der Röhre war wenige Minuten nach einer Ausströmung constant bis wenige Secunden vor der folgenden. Zwischen fünf Ausströmungen stand das Wasser unter dem oberen Röhrenrand 3,70 Meter; 3,90 Meter; 3,70 Meter; 3,80 Meter; im Mittel 3,78 Meter. Der obere Röhrenrand lag 1,80 Meter oberhalb der Erdoberfläche. Die Zeit zwischen dem ersten inneren Aufsteigen und dem Ueberfließen des Wassers beträgt 7 Sec.; 7 Sec.; 8 Sec.; 8 Sec.; im Mittel 7,5 Sec. Das spec. Gewicht des Gases wurde bestimmt zu 0,754.

11. Aug. 10 U. M.

$r = 13^m 32^s$; $13^m 35^s$; $13^m 32^s$ im Mittel $13^m 33^s$

$a = 35^s$; 38^s ; 42^s ; 40^s im Mittel 39^s

Wasserstand in den Pausen 3,70 Meter unter dem Röhrenrande.

11. Aug. 7 U. Ab.

$r = 14^m 6^s$; $14^m 7^s$; $14^m 6^s$ im Mittel $14^m 6^s$

$a = 41^s$; 44^s ; 42^s ; 39^s im Mittel 42^s

13. Aug. 10½ U. M.

$r = 14^m 10^s$; $14^m 9^s$ im Mittel $14^m 10^s$

$a = 60^s$; 60^s ; 58^s im Mittel 59^s

14. Aug. 7 U. Ab. Eine Veränderung hat stattgefunden;
die Gasausströmung dauert vor der
Wassereruption längere Zeit fort;
das Aufspritzen ist weniger hoch.

$r = 24^m 26^s$; $24^m 11^s$ im Mittel $24^m 19^s$

$a = 50^s$; 48^s im Mittel 49^s

15. Aug. 3 U. Nm. Dieselben Erscheinungen.

$r = 30^m 15^s$

$a = 50^s$

Wasserstand in der Röhre unverändert.

16. Aug. Spec. Gew. des Gases bestimmt zu 0,669.

17. Aug. $r = 1$ Stunde 10 Min.; 1 St. 25 M. $1^m 18^m$

Durch kurz dauernder Verschluss der Röhre wird die Ausströmung beschleunigt.

18. Aug. $r =$ ungefähr 4 Stunden

19. Aug. Ebenso; Wasserstand unverändert.

20. Aug. $r =$ mehr als 6 Stunden

21. Aug. Unverändert. Seit der Nacht vom 21. auf 22.
August keine selbstthätige Ausströmung mehr.

22. Aug. Nm. 1½ U. Durch zeitliches Verschließen der
Röhre wird eine Ausströmung hervorgerufen.

23. Aug. Unverändert. Keine Ausströmung ohne vorherigen Verschluss der Röhre. Während des Gasaufwallens steigt der Wasserstand bis 1,75 Meter unter dem Röhrenrande; nach der Ausströmung sinkt derselbe auf 3,70 Meter.

Bis zum 10. Sept. unverändert dieselben Erscheinungen.

10. Sept. Der Wasserstand während des Aufwallens wechselt zwischen 3,08 und 2,85 Met. unter dem Rande. Nach der Ausströmung war die Oberfläche ruhig, 3,59 Met. unter dem Rande. Während des Aufwallens stieg ungefähr alle 10 Sekunden eine große Gasblase auf.

12. Sept. Wasserstand während des Aufwallens 2,95 Meter, nach der Ausströmung 3,60 Meter unter dem Rande.

Bis zum 19. Sept. keine Aenderung in den Erscheinungen.

Die zuletzt erwähnten Wahrnehmungen (10. u. 12. Sept.) sind mit Hilfe eines kleinen Schwimmers (hohler Blechcylinder) erhalten, der an einer Kordel hing, welche oben am Rande der Röhre über eine Rolle geleitet war, und an der Außenseite ein kleines Gewicht trug, welches den Stand und die Bewegung der inneren Wasseroberfläche genau angab.

Die Temperatur des Wassers war während der ganzen Beobachtungszeit im Mittel = 13° C.

Das Gas, wie es während der letzten Periode aufstieg, ist durch unseren Collegen, Prof. A. C. Oudemans jr., analysirt.

Auf 0° und 76 Ctm. Druck trocken, berechnet enthielt dasselbe:

Kohlensäure 8,2 Vol.

Sumpfgas 91,8 Vol.

Mit Spuren von Luft. Die Nicht-Anwesenheit wurde constatirt für Kohlenoxyd und schwere Kohlenwasserstoffe.

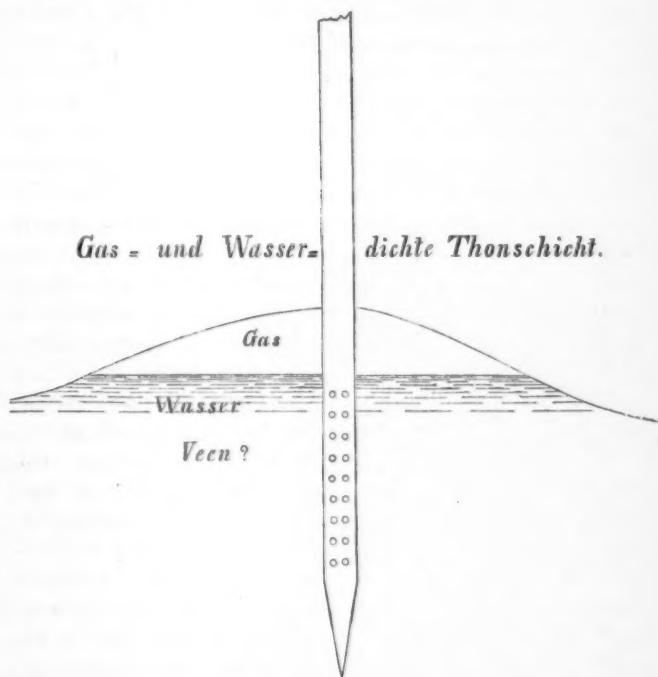
Für das erwähnte Gemenge berechnet sich das spec. Gewicht aus dem spec. Gewicht der Bestandtheile auf 0,63. Berechnet man umgekehrt aus den ermittelten spec. Gewichten die quantitative Mischung, indem man nur Kohlensäure und Sumpfgas als vorhanden annimmt, so erhält man

Spec. Gewicht	Gemenge
6. Aug. 0,716	CO ₂ 16,4 Vol. CH ₄ 83,6 Vol.
10. Aug. 0,754	CO ₂ 20,3 Vol. CH ₄ 79,7 Vol.
16. Aug. 0,669	CO ₂ 11,6 Vol. CH ₄ 88,4 Vol.

Diese Bestimmungen sind alle drei aus der zweiten Periode, als noch selbstthätige Ausströmungen stattfanden. Man kann also daraus ableiten, dafs während dieser Periode das Gehalt an Kohlensäure gröfser war als während des folgenden, aus welcher das Gas zur chemischen Analyse genommen ist. Man darf gleichfalls annehmen, dafs während der zweiten Periode der Kohlensäuregehalt dauernd, oder wenigstens nach dem 14. Aug. geringer wurde; das wenig höhere spec. Gew. vom 10. Aug. kann leicht durch einen verschiedenen Zeitpunkt der Probenahme mit Rücksicht auf die Ausströmung erklärt werden, vielleicht war auch das Gas durch Luft ein wenig verunreinigt.

Für die Erklärung des Phänomens sind auch die folgenden Angaben nicht ohne Bedeutung. Die eiserne Röhre, aus mehreren Stücken zusammengeschraubt, hatte 6 Ctm. innere Weite; das Eisen war 5 Mm. dick. Das obere Ende stand 1,80 Met. über der Erdoberfläche, unten endigte sie in einen geschlossenen spitzen Kegel, war jedoch bis auf etwa 50 Ctm. Höhe von vielen kleinen Löchern durchbohrt, die 1 Ctm. weit und 4 bis 5 Ctm. auseinander gelegen waren. Oben stand die Röhre in einer ausgemauerten cylindrischen Vertiefung von ungefähr 1 Meter Breite und Tiefe, worin sich Schlamm und Wasser sammelte. Diefs Wasser stand in der Regel 2,40 Meter

unter dem oberen Röhrenrande, mithin 0,60 Meter unter der Oberfläche, was dem natürlichen Wasserstande an jener Stelle nahezu entsprechen wird. Der tiefste innere Wasser-
 spiegel in Ruhezeiten lag also etwa 1,30 Meter tiefer, der
 höchste, bei durchströmendem Gase, etwas höher als der
 äufsere natürliche Wasserstand.



Sand

Der Boden hiesiger Gegend besteht bis zu grosser Tiefe aus alluvialen Schichten, welche theils vom Meer aus ange-
 weht oder zugeführt, theils in Süß- oder Brakwasser ge-
 bildet und gesunken sind. Die Anlage eines Nortonbrun-

nens liefert nach Art der Sache für die genauere Kenntniß des Bodens wenige Anhaltspunkte. Aus dem mehr oder weniger leichten Eindringen der Röhren und aus dem Schlag-schalle des Rammblockes wissen die Arbeiter abzuleiten, ob das untere Ende der Röhren sich in Sand oder aber in Thon oder Veen (Torf) befinde. Thon und Veen können sie jedoch auf diese Weise nicht unterscheiden. Sicher ist, daß auf ungefähr 3 Meter Tiefe unter Schutt und Veen-grund eine ziemlich mächtige Thonschicht beginnt, die bei baulichen Anlagen vielfach aufgeschlossen wurde. Durch die Eruptionen ist nur Sand und Schlamm (?), aber kein Torf nach oben gekommen. Als am 19. Sept. die Arbeiten wieder aufgenommen wurden, glaubten die Arbeiter bei ungefähr 22 M. Tiefe eine Veränderung zu merken, derart, daß das untere Ende nun in Sand gekommen sey. Bei dem Versuche in 25 M. Tiefe wurde nur loser reiner Sand ausgepumpt, der auch bis 30 M. Tiefe anhielt; an anderen Stellen in Delft hat man diesen Sand bis 40 M. mit solchen Bohrungen verfolgt.

Bei der Erklärung der Erscheinungen müssen wir die drei Perioden, wie sie oben näher beschrieben sind, gesondert beurtheilen. In der ersten Periode, darüber kann kein Zweifel seyn, wurde einer großen Masse Wasser und Gas, welche unten unter starkem Drucke abgeschlossen war, durch die eingeführte Röhre plötzlich ein Ausweg eröffnet. Das Gas, welches unten aus organischen Resten entwickelt wurde, war von oben durch die Thonschicht abgeschlossen, und wiewohl seitwärts in größerem Abstände und durch schmale Oeffnungen eine Verbindung mit dem Aufsenwasser bestand, konnte auf diesem Wege das Gas doch nicht in gleicher Menge entweichen, wie es unten örtlich entwickelt wurde. Eine Verbindung mit dem Aufsenwasser muß bestanden haben, und muß auch für jede weitere Erklärung festgehalten werden, weil der Wasserstand in der Röhre nach der Eruption sehr bald auf sein normales Niveau zurückkehrte, welches Niveau mindestens 13 bis 14 M. über der unteren Gränzfläche der Thonschicht gelegen war, wo

die Gasansammlung stattfand. Es ist nämlich nicht wohl möglich, daß das Unterende der Röhren bereits tief unter jene Gränzfläche hinabgedrungen war, da sonst das Ereigniß auch früher eingetreten wäre.

Während der zweiten Periode muß also von Zeit zu Zeit eine Gasmasse in die Röhre eingetreten seyn, von derartiger Spannung, daß sie aufsteigend und dabei sich ausdehnend, im Stande war, die auflastende Wassersäule bis über den Röhrenrand zu heben. Hier floß das Wasser zuerst langsam ab, dadurch wurde die Säule verkürzt, der Widerstand verringert, und das übrige Wasser mit Gewalt heraufgetrieben. An dem unteren Ende der Röhre traten abwechselnd kurze Säulen Gas und Wasser ein und wurden nach oben geführt, bis so viel Gas entwichen, und so viel Wasser seitwärts zugetreten war, daß der untere Wasserspiegel oberhalb der Oeffnungen stand, und das freie Gas mit der Röhre nicht mehr in Verbindung war (Figur S. 275). Wäre die Gasmenge, welche unten fortdauernd entwickelt wurde, groß genug gewesen, um oberhalb der Wasserfläche den nöthigen Druck zu bewirken, so würde, ebenso wie bei den Karlsbader und anderen Quellen, ein fortdauerndes Ausströmen von Gas und Wasser bewirkt worden seyn. So stark aber war die Gasentwicklung nicht. Das dynamische Gleichgewicht, wie solches durch die Gasentwicklung und die bestehenden Gelegenheiten zum Entweichen einerseits, durch das zuströmende Wasser andererseits bedingt war, sehen wir in der dritten Periode bei normalem Zustande des Brunnens hergestellt. Der Wasserspiegel wurde nun zwar bis zu den obersten Oeffnungen herabgedrückt, aber das Gas hatte dann nicht genügsame Spannung, um die Wassersäule zu heben; eine Gasblase trat ein und stieg nach oben, dadurch wurde unten die Spannung verringert, der Wasserspiegel stieg auf kurze Zeit wenige Millimeter, und die obersten Oeffnungen waren wieder unter Wasser, bis daß nach 10 Sekunden für das Entweichen einer Gasblase der Weg wieder geöffnet war. Bei der anhaltenden Durchströmung von Gas

wurde das Wasser innerhalb der Röhre damit derart beschwängert, daß der innere Wasserspiegel von 3,70 oder 3,60 M. auf 1,75, später nur auf 2,95 M. unter dem Röhrenende stieg. (Vgl. oben 23. Aug. bis 12. Sept.)

Es ist deutlich, wie durch zeitlichen Verschluss der Röhre der Gasdruck unten wieder derart verstärkt werden konnte, daß ein Aufsteigen der Säule, ein Ueberfließen und Ausspritzen bewirkt werden mußte. Eine solche verstärkte Spannung muß aber während der zweiten Periode ohne Verschluss der Röhre zu Stande gekommen und periodisch mit der Röhre in Verbindung getreten seyn. Der Druck auf dem unteren Wasserspiegel ist, wie gesagt, abhängig von der Gasmenge welche in einem gewissen Zeitraume entwickelt wird, im Verhältnisse zu der Gasmenge welche in demselben Zeitraume durch die gegebenen Oeffnungen entweichen kann. Vor der Durchbohrung hatte eine große Menge Wassers unter starkem Druck der fortwährend sich entwickelnden Gase gestanden, und war dem Drucke entsprechend mit diesen Gasen gesättigt worden.

Der Absorptions-Coefficient bei 13° C. und 76 Ctm. Druck ist nach Bunsen für

$$\text{CO}_2 = 1,065$$

$$\text{CH}_4 = 0,041.$$

Angenommen ein Gemisch von 10 Vol. CO_2 und 90 Vol. CH_4 wird der totale Absorptionscoefficient für Wasser bei 1 Atm. = 0,1435. In einer Tiefe von 17,5 M., unter einer Wassersäule von 15,5 M. wäre also in einem Liter Wasser unter gewöhnlichen Verhältnissen 0,36 Liter Gas gelöst. Die absorbirten Gasmengen steigen aber proportional dem Drucke; vor und bis zu der Durchbohrung der Thondecke muß demnach die ganze darunter stehende Wassermasse, soweit sie mit der Gasquelle in Verbindung war, verhältnismäßig viel mehr Gas und namentlich mehr Kohlensäure enthalten haben, wie oben bereits aus dem hohen Eisengehalte des erst ausströmenden Wassers wahrscheinlich gemacht ist. Es mag noch erwähnt werden, daß wenn das Wasser unter starkem Druck mit kohlensaurem

Eisenoxydul gesättigt war, unten ein Niederschlag dieses Salzes stattfinden mußte, sobald durch die Ausströmungen der Druck verringert wurde. Wahrscheinlich bestand der »Schlamm«, wodurch das Wasser bei der ersten Ausströmung verunreinigt war, größtentheils aus kohlensaurem Eisenoxydul, das an der Luft sogleich in Eisenoxydhydrat umgesetzt wurde.

Unmittelbar nach der ersten Ausströmung wird also der Raum unter der Thonschicht ganz mit Wasser angefüllt gewesen seyn, welches Wasser jedoch, im Verhältniß zu dem erniedrigten Druck, mit Gas übersättigt war. Dieß Gas wurde allmählig frei und sammelte sich unter der Thonschicht; gleichzeitig hatte die normale Gasentwicklung Fortgang, und auf diese Weise wurde eine Spannung erreicht, die, wenn der Wasserspiegel genugsam herabgedrückt war und das Gas Zutritt zur Röhre erhielt, im Stande war, aufs Neue eine Eruption ins Leben zu rufen. Durch das Eintreten einer Gasblase wurde die Wassersäule, welche eben noch das Gleichgewicht hielt, verkürzt, und konnte gehoben werden; mit dem Ueberfließen wurde der Gegen-
druck für die untere Gasmasse geringer, ihr Volumen größer, mithin der Wasserspiegel noch weiter nach unten geführt. Größere Gasmengen konnten nun eintreten, gleichzeitig drang durch die unteren Oeffnungen Wasser ein, und Beides wurde mit Gewalt nach oben getrieben. Durch die Gasausströmung wurde das Volumen des zurückbleibenden Gases wieder verkleinert, der Wasserspiegel stieg bis über die höchsten Oeffnungen, und die Eruption war zu Ende.

Solche periodische Ausströmungen mußten mit zunehmenden Zwischenpausen sich wiederholen, so lange noch genugsam Ueberdruck unter der Thonschicht entwickelt wurde. Dieß geschah in der ersten Zeit vornehmlich durch das Freiwerden des absorbirten Gases, und also relativ schnell; das letzte größere Uebermaafs von Gas wurde am 14. August frei. Nach dieser Zeit war das Wasser wohl noch etwas übersättigt, und es konnte auch von Zeit zu Zeit noch eine Ausströmung erfolgen, aber es dauerte jetzt

viel länger, bis der Wasserspiegel bis zu den obersten Oeffnungen erniedrigt war, weil die Ansammlung des Gases mehr durch die normale fortdauernde Entwicklung als durch das Freiwerden von absorbirtem Gas bewirkt wurde. Auf diese Weise erklärt sich die Veränderung in dem Phänomen seit dem 14. Aug. Endlich, am 22. Aug., war das dynamische Gleichgewicht zu Stande gebracht.

Die Aus- und Umwege, welche vor dem Durchbohren der Thonschicht für die Gasableitung schon bestanden, und wodurch damals die Spannung bis zu gewissem Grade beschränkt und geregelt wurde, werden durch die wiederholte Gas- und Wasserbewegung wahrscheinlich etwas vermehrt oder vergrößert worden seyn, so dafs im Allgemeinen die Spannung über dem Wasserspiegel vermindert und auch hierdurch die Abschwächung der Eruptionen beschleunigt wurde. Es bleibt noch die Frage zu behandeln, wo wir eigentlich die Quelle für die fortdauernde Gasentwicklung zu suchen haben. Dafs das Gas durch langsame Zersetzung von Pflanzenresten erzeugt wird, ist wohl nicht zu bezweifeln, unsicher aber ist es, in welcher Tiefe diese gasentwickelnde Schicht gelegen sey. In dieser Beziehung ist Folgendes zu bemerken. Wie wir oben gesehen, kann die untere Gränze der Thonschicht nicht viel höher als das Unterende der Röhren gelegen haben, vielleicht in einer Tiefe von 16 bis 17 M. Bei 22 M. glaubten die Arbeiter auf Sand zu stofsen, bei 25 M. stand die Röhre merklich mindestens 1 M. tief in Sand. Dazwischen liegen also 6 oder 8 M., wo *möglicherweise* Veen, Torf gelegen war. Hiergegen spricht allein der Umstand, dafs durch die Eruptionen kein Torf herausgeworfen ist, auch ist zu bedenken, dafs die Angabe in Betreff der 22 M. ziemlich unsicher ist, denn das Eindringen der Röhren ist sicher nicht weniger von der Reibung an den Wänden als von dem Widerstande am unteren Ende abhängig zu machen. Es ist also keineswegs erwiesen, dafs nicht unmittelbar unter der Thonschicht, in 16 bis 17 M. Tiefe, der Sand beginne. Man könnte auch einwenden, dafs in gröfserer Tiefe (25 M.)

noch Gas in der Röhre gefunden wurde, indessen kann die Verbindung der einzelnen Röhren untereinander schwerlich so dicht angenommen werden, daß nicht aus einer höheren Zone noch etwas Gas hätte eintreten können. Andererseits dürfte aus dem Umstande, daß aus der Tiefe, welche schliesslich erreicht worden ist, keine merkbare Gasentwicklung mehr stattfindet, kaum gefolgert werden, daß die gasentwickelnde Schicht nicht doch in grösserer Tiefe gelegen ist, denn die Spannungserscheinungen können nach der Natur der Sache nur an der oberen Gränze der permeablen Schichten hervortreten. Die Möglichkeit ist somit nicht ausgeschlossen, daß die gasentwickelnde Torfschicht unter dem Sande liege. Uebrigens sind die allgemeinen Bedingungen des Phänomen, nämlich ausgedehnte Torf-(Dary-) Lager, von Thonschichten bedeckt, durch ganz Holland so vielfach verbreitet, daß es Wunder nimmt, daß derartige Erscheinungen nicht schon mehrorts beobachtet sind. Die Norton-Pumpen haben freilich erst seit kurzer Zeit eine allgemeinere Verwendung gefunden.

Delft, November 1870.

V. *Zur Theorie der Meeresströmungen;* von Witte.

Daß zwei Kräfte, deren eine, am stärksten in der Nähe des Aequators wirkend, das Wasser von Osten nach Westen führt, während die andere die oberen Wasserschichten vom Aequator zu den Polen und im Zusammenhange damit die unteren von den Polen zum Aequator treibt, die grossen Meeresströmungen ausreichend erklären würden, ist wohl nicht zweifelhaft. So lange aber diese Kräfte nicht aus physikalischen Gesetzen über das Gleichgewicht und die Bewegung der Flüssigkeiten abgeleitet werden, ist eine der-

artige Erklärung eigentlich nur ein präciser Ausdruck der in der Natur beobachteten Thatsache. Wenngleich eine solche Erklärung nicht bis zum physikalischen Grunde der Erscheinung gelangt, muß sie doch immer versuchen, das Wesentliche vom Unwesentlichen zu trennen und kann dadurch ein planvolles Beobachten und weiteres Erkennen fördern. Diese Scheidung des Wesentlichen vom Unwesentlichen auf Grundlage der zwei erwähnten Kräfte scheint mir von Hrn. Mühry¹⁾ sehr glücklich durchgeführt zu seyn, während die zur Erklärung benutzten hydrodynamischen Principien meiner Ansicht nach falsch sind.

In Anerkennung der Schwierigkeit oder Unmöglichkeit, zwei Kräfte zur Erklärung der Meeresströmungen ausfindig zu machen, haben sich andere Erklärer mit einer der beiden in Rede stehenden Kräfte begnügt. Maury und in neuer Zeit Colding (*Vidensk. Selsk. Skr. 5 Raekke, naturvidensk og mathem. Afd. 9 Bd. III*) haben die Meeresströmungen aus einer zwischen den Polen und dem Aequator wirkenden Kraft abgeleitet, während eine von Osten nach Westen wirkende Kraft, welche, soviel ich sehe, die Erscheinung ebenfalls vollständig erklären würde, meines Wissens von Niemand zur Motivirung z. B. des Golfstromes oder der Humboldtströmung benutzt worden ist. Auch ich gehe auf diese Erklärung hier nicht weiter ein, da ich »die Centrifugalkraft direct als Motiv der grossen Westströmung« im Sinne Mühry's trotz der grossen Autoritäten, die er für seine Ansicht glaubt anführen zu können, nicht anzuerkennen vermag.

Aber auch die Temperaturdifferenz wirkt nicht in der Art, wie es sich Mühry vorstellt. Die Verschiedenheit des specifischen Gewichtes kann eine Strömung nur in der Weise bewirken, dafs, wenn irgend eine Niveaufläche sich

1) Besonders »Ueber die Lehre von den Meeresströmungen, Göttingen 1869«. Dafs ich übrigens nicht in allen Fällen auf die Originalarbeiten habe zurückgehen können, wird der Leser, welcher weifs, wie schwierig es ist, sich solche Arbeiten in einer entlegenen Provinzialstadt zu verschaffen, gütigst entschuldigen.

im Gleichgewicht befindet — was ja nur dann der Fall seyn kann, wenn dieselbe in allen Theilen unter gleichem Drucke steht — die tieferen Niveaulächen unter einem stärkeren Drucke stehen an der Stelle, wo die Flüssigkeit das grössere spec. Gew. hat, also nach der Richtung hinfließen müssen, wo die Flüssigkeit mit geringerem sp. G. sich befindet, während die über der erwähnten ruhenden Niveauläche liegenden Schichten unter einem stärkeren Drucke stehen auf der entgegengesetzten Seite, sich also in entgegengesetzter Richtung bewegen müssen. Man vergleiche Ann. 141, S. 317. Wäre, um zunächst bei dem dort erwähnten Beispiele stehen zu bleiben, das Niveau des Mitteländischen Meeres und des Atlantischen Oceans in der Nähe der Straße von Gibraltar gleich hoch, das Verhältniß der Schwere des Wassers aber das wirklich Stattfindende, etwa $1,037 : 1,027$, so würde das Wasser an der Oberfläche zunächst in Ruhe bleiben. Jede andere Wasserschicht aber würde von einer um so größeren Kraft in der Richtung zum Atlantischen Ocean getrieben werden, je tiefer sie unter der Oberfläche liegt. Durch die in Folge dessen eintretende Strömung würde sich das Niveau des Mittelmeeres erniedrigen, und es müßte an der Oberfläche secundär eine Strömung in entgegengesetzter Richtung eintreten. Im anderen Falle, wenn zuerst durch Verdampfung der Spiegel des Mittelmeeres erniedrigt wird, muß zuerst eine Strömung in dasselbe hineingehen. Durch anhaltende Verdampfung steigt dann das spec. Gewicht des Wassers, und es tritt allmählig eine unterseeische Strömung in entgegengesetzter Richtung ein, welche solange an Mächtigkeit zunimmt, bis die Niveaudifferenz das Verhältniß der Schwere des Wassers constant geworden sind. In beiden Fällen, mag man nun die untere oder die obere Strömung sich als primär vorstellen, können nur die Schichten in der Nähe der Tiefe m in Ruhe seyn, wo, wenn n die Niveaudifferenz, s und s_1 die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten bezeichnen

$$(m + n) s = n s_1.$$

Denkt man sich also, nachdem zuvor das Wasser in allen Oceanen gleiches spec. Gewicht gehabt hat und im Gleichgewicht gewesen ist, das Wasser am Aequator, um das Bild des Hrn. Maury zu gebrauchen, in eine gleiche Masse specifisch leichteren Oels verwandelt, und dadurch die Oberfläche desselben über das ursprüngliche Niveau gehoben — ein Fall wie er bei der Erwärmung, ja in der That eintritt, — so muß zuerst ein Abfließen nach den Polen und dann, da jetzt die unteren Schichten am Aequator unter geringerem Drucke stehen, als die entsprechenden an den Polen, secundär eine unterseeische Strömung zum Aequator eintreten.

Nur so und nicht anders kann, denke ich, eine Erwärmung des Wassers unter dem Aequator eine Strömung bewirken. Nun berechnet Mühry selbst die durch die Wärme hervorgerufene Erhöhung des Wassers über sein eigentliches Niveau, wahrscheinlich noch zu hoch, auf 10 Fufs. Wie leicht ersichtlich, kann aber nur etwa die Hälfte dieses Gefälles für die primäre Strömung verwandt werden, während durch die andere Hälfte die secundäre Strömung veranlaßt wird, welche ja erst dadurch eintritt, daß die Niveaudifferenz sich zum Theil ausgleicht. Da nun Mühry selbst zugeben muß, daß ein so geringes Gefälle zur Erklärung einer Circulation zwischen Aequator und Eismeer nicht ausreicht, läßt er die Erwärmung auf eine andere mir nicht verständliche, jedenfalls von der obigen Vorstellung abweichende Weise wirken.

Auch Hr. Colding geht aus von dem geringeren spec. Gewichte des Wassers unter dem Aequator und berechnet die durch dasselbe hervorgerufene Niveaudifferenz vom Aequator bis zum 60sten Breitengrade, wo das Wasser am dichtesten ist, auf 6 Fufs. Er nimmt nun zunächst an, das Wasser sey gezwungen, sich in einem Kanale in der Richtung Nord-Süd (der x Axe) zu bewegen, so hat ein Element desselben in Folge der Rotation der Erde in der Breite θ , wenn R den Erdradius bezeichnet, die Geschwindigkeit $\frac{2\pi R}{86400} \cos \theta$ in der Richtung West-Ost (der y Axe). Mit

dieser Geschwindigkeit kommt es in der Zeit dt in die Breite $\theta + d\theta$, muß sich also, da es in der Richtung W.-O. keine von dem Kanale unabhängige Bewegung machen kann, jetzt in dieser Richtung mit der Geschwindigkeit $\frac{2\pi R}{86400} \cos(\theta + d\theta)$ bewegen, d. h. es erhält in der Richtung der y Axe in der Zeit dt , abgesehen vom Vorzeichen, an Geschwindigkeit den Zuwachs $\frac{2\pi R}{86400} \sin \theta d\theta$. Man kann also von der Rotation der Erde abstrahiren, wenn auf das Element noch eine Kraft ψ in der Richtung der y -Axe wirkend gedacht wird, welche der Gleichung genügt

$$\psi = \frac{2\pi R}{86400} \sin \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi v}{86400} \sin \theta$$

wo v die Geschwindigkeit des Elements in der Richtung der x Axe ist. Diese Kraft bewirkt, daß das Niveau aller in der angegebenen Richtung fließenden Ströme der nördlichen Halbkugel auf der rechten Seite höher liegt, als auf der linken (umgekehrt auf der südlichen Hemisphäre), und zwar muß, wenn h diese Niveaudifferenz, l die Breite der Strömung bezeichnet

$$g \frac{h}{l} = \frac{2\pi v}{86400} \sin \theta$$

seyn.

Denkt man sich den Kanal jetzt entfernt, das Wasser aber nichts desto weniger in der Richtung N.-S. fließend, so muß doch die Kraft ψ dieselbe Veränderung des Niveaus bewirken.

Bildet die ursprüngliche Richtung der Strömung mit der y Axe den Winkel ω , so ist die Geschwindigkeit derselben längs der x Axe $v \sin \omega$, demgemäß die längs der y Axe wirkende Kraft

$$\psi = \frac{2\pi v}{86400} \sin \theta \sin \omega$$

Bis zu diesem Punkte läßt sich, soviel ich sehe, gegen die Betrachtungsweise Coldings Nichts einwenden (daß statt 86400 zu schreiben wäre 86164 ist ja unwesentlich),

und dieselbe wird bei der Erklärung der Meeresströmungen auch für uns eine Rolle spielen.

Nun wird aber diese Kraft ψ weiter in zwei Componenten zerlegt, $\psi_1 = \psi \cos \omega$ in der Richtung der Strömung und $\psi_2 = \psi \sin \omega$ senkrecht zu derselben. Der letzteren wird die Function zugewiesen, das Niveau auf der rechten Seite der Strömung zu erhöhen, während die erstere die Geschwindigkeit der Strömung beschleunigen soll. Es wird also die y Componente auf künstliche Weise so zerlegt, daß die x Componente einen nach Coldings Berechnung außerordentlich großen Zuwachs erhält, während der andere Theil der y Componente, ψ_2 , unschädlich gemacht wird. So lange die Strömung wirklich in einer Röhre vor sich geht, läßt sich vielleicht gegen diese Anschauungsweise weniger einwenden; sobald aber die Röhre wegfällt, ist der Fehler evident. Denn ψ_2 hat ja seinerseits natürlich wieder eine x Componente, welche der von ψ_1 gleich und entgegengesetzt ist, und welche keineswegs aufgehoben wird. Kurz, eine Kraft in der Richtung der y Axe kann eben nicht die Geschwindigkeit in der Richtung der x Axe vermehren ¹⁾.

Somit scheint mir auch der Versuch Coldings, die Meeresströmungen, zunächst speciell den Golfstrom, aus der Temperaturdifferenz und der durch die Rotation der Erde bewirkten Ablenkung (wenigstens kann ich in der Kraft ψ nichts anderes erkennen) zu erklären, nicht gelungen zu seyn.

Ich will nun versuchen, eine andere Erklärung derselben zu geben. Die Entscheidung darüber, ob dieselbe richtig sey, steht der Analysis zu. Da ich nicht im Stande bin, die Rechnung an der Erde, deren Dichtigkeit nach Innen

1) Der wesentlichste Fehler scheint mir der zu seyn, daß angenommen wird, die Strömung habe eine durch den Winkel ω bestimmte Richtung, und demgemäß die Kraft ψ in zwei Componenten, eine längs der Strömung und eine senkrecht zu ihr, zerlegt wird, während doch in der That diese Richtung schon die der Resultante aus ψ und der ursprünglich längs der x Axe wirkenden Kraft ist.

zunimmt, durchzuführen, so wollen wir der Aufgabe auf einem anderen Wege näher zu treten suchen.

Denken wir uns zuerst, daß die ganze Erde mit Wasser bedeckt wäre, und daß die Oberfläche desselben die Gestalt einer Niveaulfläche angenommen hätte, so würde diese, abgesehen von der Rotation, zunächst in Ruhe bleiben. Denken wir uns ferner eine etwa 200^m mächtige Wasserschicht von der Oberfläche weggenommen, doch aber noch die ganze Erde mit Wasser bedeckt, und die Oberfläche desselben wieder die Figur einer Niveaulfläche bildend, so ist die Frage: welche Gestalt muß diese zweite Niveaulfläche im Verhältniß zur ersten haben, damit, auch wenn die 200^m mächtige Wasserschicht wieder auf ihr ruht, das Gleichgewicht in ihr fortbestehe? Die Schwere nimmt vom Aequator zu den Polen etwa um $\frac{1}{206}$ zu, also übt eine Wassersäule von 200^m Höhe an den Polen denselben Druck aus, wie eine von 201^m Höhe am Aequator. Da nun die gedachte Niveaulfläche nur dann in Ruhe bleiben kann, wenn sie an allen Punkten einen gleichen Druck erfährt, so muß sie, wenn sie am Pol 200^m unter dem ursprünglichen Niveau liegt, am Aequator 201^m unter demselben liegen.

Dieselbe Betrachtung läßt sich auf je zwei andere Niveaulflächen anwenden. Die Abplattung der Erde müßte also bei kleiner werdendem Durchmesser immer geringer werden und ihre Gestalt sich der Kugelgestalt immer mehr nähern. Nur in diesem Falle könnten die oben als Niveaulflächen bezeichneten Flächen wirklich in Ruhe seyn.

Nun hat aber der Mars bei etwa gleichem spec. Gew. und gleicher Umdrehungszeit eine weit größere Abplattung als die Erde. Diese Thatsache scheint mir, wenn nicht zu beweisen, doch sehr wahrscheinlich zu machen, daß die Abplattung der Erde bei kleiner werdendem Durchmesser nicht ab, sondern wenigstens bis zu einer gewissen Gränze zunehmen würde. In diesem Falle aber würden unsere obigen Niveaulflächen nicht mehr die sonst den Niveaulflächen zukommende Eigenschaft haben, daß der Druck auf

dieselben in allen Punkten gleich wäre; sondern sie würden nach den Polen zu unter einem größeren Drucke stehen als am Aequator.

Meine Meinung ist also die, daß die als flüssig gedachte Erde überhaupt keine Gleichgewichtsform annehmen kann, sondern daß, wenn eine Schicht im Gleichgewicht ist, die über und unter derselben liegenden nicht im Gleichgewicht seyn können. Diese Annahme wird vielleicht weniger auffallend erscheinen, wenn man daran denkt, daß selbst bei einer homogenen rotirenden Flüssigkeit die Frage nach der Gestalt und Existenz der Gleichgewichtsform noch nicht für alle Fälle erledigt ist. Beweisen kann ich meine Ansicht freilich nicht, doch scheint mir die große Abplattung des Mars sehr schwer für dieselbe ins Gewicht zu fallen.

Nimmt man nun als richtig an, daß die Abplattung der oben von mir als Niveaulächen bezeichneten Flächen nach dem Innern der Erde zunimmt, so ist damit eine Kraft gefunden, welche das Wasser in der Tiefe des Meeres von den Polen zum Aequator, an der Oberfläche in entgegengesetzter Richtung führt. Denn hätte eine dieser Niveaulächen z. B. eine solche Gestalt, daß sie überall 3000 Met. unter der eine Niveauläche bildenden Oberfläche läge, so würde sie an den Polen unter einem Drucke stehen, als ob eine 15 Met. höhere Wasserschicht als am Aequator auf ihr ruhte, da ja eine Wassersäule von 3000 Met. Höhe an den Polen so schwer ist, wie eine gleiche von 3015 Meter am Aequator. Die gedachte Fläche würde also von den Polen zum Aequator mit einem Gefälle von 15 Met. fließen, wenn ich den Ausdruck *Gefälle* auch hier anwenden darf. Dadurch muß sich dann das Niveau des Wassers am Aequator heben, und es muß an der Oberfläche ein Abfließen nach den Polen eintreten. Kurz, die entstehenden Strömungen würden sich zunächst genau so gestalten, als ob das spec. Gew. des Wassers an den Polen um $\frac{1}{200}$ größer wäre, als am Aequator. Bedenkt man aber, daß die Abplattung der Erde im Ganzen noch nicht 6 Meilen, die des Mars etwa 28 Meilen beträgt, so erscheint es sogar

wahrscheinlich, daß die in Rede stehende Niveaufläche an den Polen tiefer unter der Oberfläche liegt, als am Aequator, wodurch sich ein noch größeres Gefälle ergeben würde. Daß übrigens das letztere auch bei größerer Tiefe des Meeres zunimmt, ist einleuchtend.

Ich glaube also im Vorstehenden ein ausreichendes Motiv einer gewaltigen Circulation des Wassers zwischen den Polen und dem Aequator gefunden zu haben. Auch eine Widerlegung meiner Ansicht würde möglicher Weise dem weiteren Forschen förderlich seyn; jedenfalls würde ich dieselbe dankbar annehmen.

Wegen der Rotation der Erde muß nun die unterseeische Strömung allmählich eine westliche Richtung annehmen. Es treffen also am Aequator zwei Strömungen zusammen, die eine von der nördlichen Halbkugel, nach Südwest, die andere von der südlichen, nach Nordwest gerichtet, welche am Aequator nothwendig eine Strömung nach Westen bewirken müssen. Deshalb muß das Abfließen des Wassers vom Aequator nach den Polen zu hauptsächlich an den Ostküsten der Continente stattfinden, während das Wasser von den Polen hauptsächlich an den Westküsten dem Aequator zufließen muß. Indem nun die stärkere Strömung die schwächere verdrängt, werden die ursprünglich über einander liegenden Strömungen sich in der Weise neben einander anordnen, daß sie an den Westküsten der Continente kalte Wassermassen zum Aequator, von hier aus die allmählich sich erwärmenden Wassermassen nach Westen, endlich von den Ostküsten der Continente warme Wassermassen wieder den Polen zuführen. Diese (vom Aequator kommenden) Aequatorialströmungen nehmen wegen der Rotation der Erde mehr und mehr eine östliche Richtung an, und indem ihr östlichster Theil in den Bereich des Polarstromes gelangt, vereinigt er sich mit diesem und bildet so einen Kreislauf, innerhalb dessen ein ruhendes, meist mit Seetang angefülltes Meer sich befindet, während der andere Theil der Aequatorialströme den Eismeeeren zufließt.

Dieses ist das Schema der großen Meeresströmungen, welches durch die eigenthümliche Gestaltung der Continente wohl einige Modificationen erfährt, doch aber in allen Fällen mit größter Bestimmtheit und Deutlichkeit zu Tage tritt. Auf alle Einzelheiten einzugehen erlaubt natürlich der Inhalt einer physikalischen Zeitschrift nicht; es mag daher genügen, die Strömungen des nordatlantischen Oceans aus dem aufgestellten Gesichtspunkte zu betrachten.

Nachdem sich der nördliche Theil der großen Westströmung beim Cap Roque von dem südlichen getrennt hat, setzt er zunächst seinen Weg nach Westen, der sich wegen der Gestalt des vorliegenden Landes etwas nach Norden wendet, so weit als möglich fort. Dafs auch der Passatwind das seinige dazu beiträgt, um die Wassermassen dem Caraibischen Meere zuzuführen, ist klar, und die Schätzung Colding's, welcher die durch ihn ausgeübte Kraft einem Gefälle von 3 Fufs gleichsetzt, mag der Wahrheit nahe kommen. Von Florida aus setzt der Golfstrom dann seinen Weg in nördlicher, sich mehr und mehr nach Osten wendender Richtung längs der Küste fort. Dafs dieses allmähliche Abweichen nach Osten nicht allein durch die Küstenform bedingt ist, scheint mir mit größter Bestimmtheit aus dem Verhalten der Strömungen auf der südlichen Halbkugel zu folgen, welche, ohne durch vorliegende Ländermassen etc. dazu gezwungen zu seyn, doch allmählich eine östlichere Richtung annehmen. Auf dem Wege längs der Küste Amerikas ist nun nach Colding's oben angeführter Bemerkung das Niveau des Stromes auf der rechten Seite höher, als auf der linken, und zwar, wie Colding aus der Geschwindigkeit und der Breite der Strömung berechnet, um mehr als 1 Fufs; das kältere Wasser des Meeresbodens also, welches natürlich langsamer fließt, steht auf der rechten Seite unter höherem Drucke, als auf der linken, muß mithin gegen die Küste gedrängt werden und hier eine niedrige Temperatur des Meeres veranlassen. Dieses kältere Wasser fließt theilweise in einer dem Golfstrom entgegengesetzten Richtung, und Mühry hat den

Grund dieser Erscheinung, meiner Meinung nach ganz richtig, darin angegeben, daß jede Strömung am Lande, besonders hinter vorspringenden Inseln und Halbinseln, eine entgegengesetzte Strömung hervorruft, eine Erscheinung, die sich bei Flüssen hinter den sogenannten Buhnen leicht beobachten läßt, und die sich ja auch in der Straße von Gibraltar findet.

Bei Neufundland trifft nun die kalte Strömung von Norden, welche unten noch genauer erörtert werden wird, auf den Golfstrom, und drängt ihn einen Augenblick ganz nach Osten. Doch nimmt ein Theil von ihm bald die nord-östliche Richtung wieder an und setzt längs der Küste Europas seinen Weg ins Eismeer fort, während ein anderer Theil in den Bereich des Polarstromes gelangt und sich dann der Westströmung wieder anschließt. Der zweite Theil beschreibt also einen Kreis, in welchem das Sargassameer liegt. Dieses ruhende Wasser bleibt immer in der Nähe der heißen Zone, erreicht also eine höhere Temperatur als die dasselbe umfließenden Ströme, deren Wasser ja großen Theils aus dem Eismeere kommt.

Da nun der Golfstrom gezwungen ist, seinen Weg ins Eismeer längs der Europäischen Küsten zu nehmen, bleibt dem Polarstrom nördlich vom 50sten Breitegrade nur der Weg auf beiden Seiten von Grönland, wo wir ihn in der That finden. Damit ist jedoch keineswegs ausgeschlossen, daß derselbe nicht, besonders an den tiefen Stellen, seinen ursprünglichen Lauf unterhalb der Aequatorialströmung sollte beibehalten haben, was ja im Gegentheil sogar schon durch directe Forschungen nachgewiesen ist (Man vergleiche Petermann's Mittheilungen 1870, VI und VII, über den Golfstrom), aber zu Tage treten kann derselbe, wie gesagt, nur an der Amerikanischen Seite. Hier trifft er bei Neufundland auf den Golfstrom, drängt ihn etwas zurück und taucht dann, als der schwerere, unter, wodurch das ursprüngliche Verhältniß wieder hergestellt ist.

Daß übrigens ein Theil der kalten Strömung in der Nähe von Neufundland in das Thal zwischen dem Golf-

strom und der Küste eintritt, ist wohl unzweifelhaft; doch glaube ich nicht, daß dadurch die niedrige Temperatur des Wassers an der amerikanischen Küste, welche sich bis weit über New-York hinaus findet, erklärt werden kann.

Es ist leicht, das auseinandergesetzte Princip auf die andern großen Meeresströmungen, im Süden des Atlantischen Oceans, im indischen Ocean und zu beiden Seiten des Aequators im großen Ocean, anzuwenden. Ja sogar die Aequatorial-Gegenströmungen würden sich mit demselben weit besser vereinigen lassen, als mit der Mühry'schen Annahme zweier Kräfte. Denn die Kraft, welche die Wassermassen nach Westen führt, wirkt ja jetzt nur, so lange dieselben von Norden und Süden ankommen, so daß das Wasser später, wenn es sich an einem entgegenstehenden Hindernisse aufstaut, sehr wohl längs dem Aequator zurückfließen kann. Allerdings könnten diese Strömungen ohne Schaden für das Princip nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Ich glaube in Vorstehendem, indem ich von den übrigen bisher aufgestellten aber schon hinlänglich widerlegten Erklärungen der Meeresströme absah¹⁾, nachgewiesen zu haben, »daß sich die Meeresströmungen allein durch die Erwärmung des Wassers unter dem Aequator auch mit Zuhülfenahme der von Colding zuerst der Rechnung unterworfenen Ablenkung in Folge der Rotation der Erde nicht erklären lassen, wohl aber durch eine in demselben Sinne und mit weit größerer Intensität wirkende aus der Rotation der Erde entspringende Kraft.« Daß diese Kraft auch auf einen flüssigen Kern der Erde und auf die Atmosphäre ihren Einfluß haben muß, ist einleuchtend. Wollte man aber als Argument gegen dieselbe geltend machen, daß sie ein beständiges Zunehmen des Luftdruckes

1) Die neueste Hypothese Jungk's, wonach dieselben durch elektrische Ströme veranlaßt werden und so mit dem Erdmagnetismus zusammenhängen sollen, führt nur eine unerklärte Erscheinung auf eine andere zurück; übrigens läßt sich dieselbe vielleicht mit gleichem Rechte umkehren.

am Meeresspiegel vom Aequator nach den Polen zu veranlassen müßte, welches doch die Beobachtungen nicht zeigen, so würde dieser Schlufs verfrüht seyn, weil die Wirkungsweise derselben abhängen muß von der Gröfse gewisser Constanten, welche sich beim Uebergange vom Meere zur Luft theilweise sehr erheblich ändern.

Pleß, Ober-Schlesien, 31. December 1870.

**VI. Untersuchungen über die alkoholische Gährung und die Ernährung des Bierhefepilzes;
von D. Adolf Mayer.**

Im Nachstehenden erlaube ich mir von selbstständigen Untersuchungen über die alkoholische Gährung und die Ernährung einer sie veranlassenden Pilzspecies, des Bierhefepilzes, *Saccharomyces cerevisae*, welche entweder schon anderweitig veröffentlicht wurden ¹⁾ oder soeben in der Veröffentlichung begriffen sind, auszugsweise Bericht zu erstatten. Die Veranlassung, mit den wichtigeren Resultaten dieser Untersuchungen vor ein Publicum zu treten, dem sonst die Erörterung specieller physiologischer Gegenstände größtentheils fremd ist, habe ich in dem Umstande gefunden, daß bei der früheren Discussion einiger hier zu behandelnden Fragen von jeher und ganz vor Kurzem wieder fast das ganze naturwissenschaftliche Publikum zu Zeugen aufgerufen worden ist. In der That besitzen, wenigstens nach der einen Auffassung einiger der hier zu behandelnden Erscheinungen, diese Gegenstände ein sehr allgemeines, selbst chemisches und physikalisches Interesse, und die endgültige Entscheidung über die noch immer schwebenden Controversen wird daher, wie jetzt die Sachen stehen, von

1) Untersuchungen über die alkoholische Gährung. Heidelberg 1869 und Landw. Versuchsst. 1869. S. 443.

diesem gröfseren Publikum vorgenommen werden müssen. Es ist bei dem mir in dieser Zeitschrift freundlicher Weise zu Verfügung gestellten engen Raum natürlich selbstverständlich, dafs es nicht möglich seyn wird, alle angeführten Resultate mit den entsprechenden Beobachtungen zu belegen; ich mufs daher in Bezug auf diese letzteren auf die citirten ausführlicheren Abhandlungen verweisen.

In Bezug auf die Ursächlichkeit der alkoholischen Gährung kann heute so viel als allgemein zugegeben angesehen werden, dafs die so bezeichnete Erscheinung, so viel man weifs, ausschliesslich veranlafst wird durch die Anwesenheit und Entwicklung niederer vegetabilischer Organismen aus der Classe der Pilze, von welchen der Bierhefepilz der hervorragendste Repräsentant ¹⁾ ist, denn selbst v. Liebig, der bisher als der entschiedenste Vertreter der entgegenstehenden Ansicht angesehen wurde, hat sich neuerdings unzweideutig für diese Auffassung bekannt ²⁾. Die noch bestehenden Controversen beziehen sich z. Th., wie wir bald sehen werden, auf die Art und Weise der Wirksamkeit jener Organismen. v. Liebig glaubt das Wesen seiner älteren Anschauung von der Fermentwirkung dadurch retten zu können, dafs er den wirksamen Organismus den Fermentkörper produciren läfst; seine Gegner fassen den ganzen Gährungsschemismus als das unmittelbare Resultat des Stoffwechsels jenes Organismus auf. Wir werden nachher diese Anschauungen auf ihre Berechtigungen zu prüfen haben. Einstweilen aber berührt uns diese Frage nicht, denn die Sache mag liegen wie sie will, jedenfalls ist der Verlauf der Gährung von der Ernährung des sie verursachenden Organismus abhängig.

Es ist also klar, welche Bedeutung Ernährungsversuche am Hefepilze für unsere nähere Kenntnifs der Bedingungen

1) Dafs es mehrere Pilzspecies giebt, welche die alkoholische Gährung veranlassen können, kann nach den neuesten botanischen Untersuchungen über diesen Gegenstand nicht mehr bezweifelt werden; vergl. Reefs, Bot. Unters. über d. Alkoholhefepilze, Leipzig 1870.

2) Ueber Gährung. 1870, S. 30.

der alkoholischen Gährung haben müssen. Ausserdem ist aber noch mit zwei Worten darauf hinzudeuten, dass das Studium dieser Ernährung einen hohen physiologischen Selbstzweck hat. Niemand wird bei einigem Nachdenken daran zweifeln, dass wir bei unseren Untersuchungen über die Unentbehrlichkeit einzelner, namentlich der Aschen-Bestandtheile für die verschiedenen Organismenklassen endgültig zu ermitteln suchen müssen, welche *physiologische Function* dieselben in jedem einzelnen Falle ausüben. Dass wir in diesem Streben so wenig weit gediehen sind, liegt einzig darin, dass die Lebenserscheinungen der meisten Organismen so ausserordentlich complicirt sind, in einem Grade, dass das von uns in naturwissenschaftlichen Fragen sonst mit dem grössten Erfolge benutzte Forschungsinstrument, die Differenzmethode, seinen Dienst versagt, indem secundäre Störungen der Lebenserscheinungen den eigentlichen Effect des Ausschlusses verwischen. Ich habe nun schon in meiner ersten Veröffentlichung über diesen Gegenstand darauf hingedeutet ¹⁾, dass die verhältnissmässig beste Aussicht auf Erfolg bei Ernährungsversuchen mit sehr niedrigen Organismen mit einer möglichst kleinen Anzahl von organischen Einzelverrichtungen, und bei welchen verhältnissmässig wenig Gefahr ist, secundäre Störungen zu veranlassen, vorhanden ist, aus Gründen die beinahe auf der Hand liegen, und die ich hier nicht weiter auszuführen beabsichtige. Kurz es erscheint aus solchen Erfahrungen an niedrigen Organismen möglich, die Bedürfnisse mancher höheren, in denen sich bekannte Functionen vereinigen, bis zu einem gewissen Grade abzuleiten.

Von diesen Gesichtspunkten aus unternahm ich meine vielfältigen Ernährungsversuche am Hefepilze, denn gerade dieser niedrige Organismus gestattete wegen seiner innigen Verkettung mit der leicht ihrer Intensität nach zu beobachtenden Erscheinung der alkoholischen Gährung eine bequeme Beobachtung seiner Entwicklung, und Folgendes kann zu-

1) Untersuchungen. S. 4.

nächst als das Resultat der dahin gerichteten Untersuchungen angesehen werden.

Von den vielen vergleichungsweise angewandten Aschenbestandtheilen steht das *saure phosphorsaure Kali* zu derjenigen physiologischen Function des Hefepilzes, welche mit der Zerlegung des Zuckers in Alkohol und Kohlensäure (und einige andere Substanzen) ursächlich zusammenhängt, allein in einer innigen Beziehung, denn die Ausschließung dieses Salzes hatte immer ganz unmittelbare schädliche Folgen für die beobachteten Gährungsintensitäten. Dieses Salz konnte in seiner Wirksamkeit nicht durch phosphorsaures Natron oder Ammoniak und auch nicht durch ein anderes Kalisalz ersetzt werden.

Zur *vollständigen Ernährung des Hefepilzes* sind jedoch jedenfalls noch andere mineralische Stoffe erforderlich als das phosphorsaure Kali. Wird einem Gährungsgemisch, welches Wasser, Zucker und einen assimilationsfähigen stickstoffhaltigen Stoff in geeigneten Verhältnissen enthält, kein Aschenbestandtheil als phosphorsaures Kali zugesetzt, so tritt nach einer minimalen Hefeaussaat zwar eine ziemlich intensive Gährung ein, aber die Hefezellen werden nach einer gewissen Reihe von Generationen so unvollkommen in ihrer Ausbildung, daß sie nun nicht mehr zur Unterhaltung einer kräftigen Gährung geeigenschaftet sind, obgleich ihnen dieselben Bestandtheile wie vorher zur Verfügung stehen.

Als Salze, welche diese Degeneration des Hefepilzes zu verhüten im Stande sind, und somit als Nährstoffe dieses Organismus betrachtet werden müssen, obgleich sie zu dem Processe der Zuckerzerlegung in keiner so unmittelbaren Beziehung zu stehen scheinen, haben sich die *Magnesiumsalze* erwiesen, während der *Schwefel* jedenfalls in den geringen Spuren für die Ernährung des Hefepilzes genügt, in welchen derselbe auch im reinsten Candiszucker vorhanden ist, und der *Kalk* allem Anschein nach völlig entbehrt werden kann. Alle übrigen Aschen-

bestandtheile haben für die Ernährung des Hefepilzes keinerlei Bedeutung.

Diese Resultate zeigen einmal in Bezug auf die vorausgeschickten Bemerkungen, daß das Aschenbedürfnis des Hefepilzes ein im Verhältniß zum Bedarf höherer Pflanzen oder gar der höheren Thiere ein einfaches ist, wodurch die oben gemachte Voraussetzung vollkommen bestätigt wird. So kann z. B. das Eisen und wahrscheinlich der Kalk, beides nothwendige Bestandtheile des Blattorgans der höheren Gewächse, vom Hefepilz völlig entbehrt werden, und es ist also auf diese Weise schon jetzt klar ersichtlich, wie der Bedarf an einzelnen Stoffen nach den vollzogenen Functionen sich richtet und wie durch derartige vergleichende Untersuchungen die Beziehung einzelner Stoffe zu einzelnen Functionen ermittelt werden kann, was bei ausschließlichen Versuchen an Organismen mit sehr vielseitigen Vorrichtungen ein vergebliches Unternehmen bleiben müßte.

Die von mir über die Ernährung des Hefepilzes durch stickstoffhaltige Substanzen unternommenen Versuche ergaben theilweise im Gegensatz zu der bisher üblichen Annahme Folgendes:

Die *eiweißartigen Stoffe* und viele andere sog. hochorganisirte stickstoffhaltige organische Stoffe erwiesen sich, soweit sie bis jetzt Verwendung fanden, als *schlechte Nahrungsmittel* des alkoholischen Hefepilzes. Gährungsansätze, welchen diese eiweißartigen oder die anderen genannten Stoffe als einzige stickstoffhaltige Substanzen zugesetzt waren, zeigten sich nach minimaler Hefeausaat in allen beobachteten Fällen als untauglich zu einer irgendwie erheblichen alkoholischen Gährung. *Ammoniaksalze* und stickstoffhaltige organische Stoffe, welche in ihrer Constitution dem Ammoniak nahe stehen (anscheinend ungefähr dieselben, welche auch gelegentlich die höhere grüne Pflanze mit Stickstoff zu versorgen vermögen), sind vollkommen im Stande, den Hefepilz bezüglich seines Stickstoffgehalts zu ernähren, wenn sie

auch keine sehr tüppige Entwicklung desselben, keine sehr intensive Gährung ermöglichen. Dennoch verhält sich der Hefepilz in seiner Stickstoffernährung *nicht der höheren grünen Pflanze analog*, denn derselbe ist absolut unfähig, sich auf Kosten von *Salpetersäure*, der Hauptbezugsquelle des Stickstoffs für jene, mit Stickstoff zu versorgen.

Als stickstoffhaltiger Körper von ganz *ausgezeichneter Fähigkeit, den Hefepilz zu ernähren* und starke alkoholische Gährungen zu unterstützen, wurde in vielen Versuchen das nach der französischen und Wafsmann'schen Methode dargestellte *Pepsin* erkannt. Ebenso erwies sich die in der Bierwürze enthaltene *Diastase* als ein guter stickstoffhaltiger Nährstoff jenes Pilzes. Es wurde aber zugleich ausdrücklich nachgewiesen, daß diese Befähigung *in keinerlei Zusammenhang* steht zu der *Fermentbefähigung* dieser Körper; denn es war für die beobachtete Wirksamkeit ganz und gar gleichgültig, ob man jene Fermentbefähigung zuvor durch Erhitzen auf den Kochpunkt zerstörte oder nicht, und gerade diejenigen Darstellungsweisen jener als chemische Individuen noch unbekannten Stoffe, welche die größte Fermentwirkung sicher stellten, erwiesen sich mehrfach für die Nährfähigkeit derselben am untauglichsten und umgekehrt.

Die meisten der hier für die Stickstoffernährung des Hefepilzes aufgestellten Sätze sind ausschliesslich Resultate meiner eigenen Versuche und noch nicht Gegenstand einer öffentlichen Discussion gewesen. Nur einer, die Nährfähigkeit der Ammoniaksalze, ist ursprünglich von Pasteur¹⁾ aufgefunden, dann von Duclaux²⁾ bestätigt worden und hat kürzlich in der citirten Liebig'schen Abhandlung Angriffe erfahren³⁾. Auf diese Angriffe ist in beistehender

1) *Annal. de Ch. et Ph.* T. 58, p. 381.

2) *Compt. rend.* T. 59, p. 450.

3) *P.* 34 u. f.

Anmerkung Rücksicht genommen worden¹⁾. In Bezug auf den Stoffwechsel, welchen die Hefepflanze unterhält, be-

1) Der Liebig'sche Einwurf gründet sich außer auf eine Reihe von theoretischen Speculationen, denen sich nach meinem Dafürhalten anders lautende Erwägungen entgegensetzen ließen, einzig auf das Mißglücken einiger mit Ammoniaksalzen angestellten Gährungsversuche, oder wie v. Liebig sich selbst ausdrückt, auf »ein negatives Argument«, welches »in Forschungen dieser Art kein besonderes Zutrauen erweckt«. Das Mißglücken dieser Gährungsversuche von Liebig und Nägeli mit Ammoniaksalzen zu erklären, ist nicht meine Aufgabe; ich kann nur hervorheben, daß die meinigen nach Beobachtung einiger Vorsichtsmaassregeln in buchstäblich »hundert« von Fällen ausnahmslos geglückt sind, so daß es mir möglich war, auf diesen sicheren Erfolg mit weiteren Untersuchungen zu basiren. Jenes wäre indessen leicht verständlich, im Falle die genannten Forscher (alkalische) Weinhefeasche als Aschenzusatz gewählt (vergl. meine: Untersuchungen etc. S. 61), oder bei sehr niedriger Wintertemperatur die Versuche angestellt hätten, gegen welche Ammoniak-haltige Gährgemische besonders empfindlich sind. Bezüglich der Liebig'schen Argumentation an jener Stelle und seiner Kritik der Pasteur'- und Duclaux'schen Folgerungen beschränke ich mich darauf Folgendes zu bemerken.

1. Der Entstehung von Proteinstoffen aus Zucker und Ammoniak in einem Chlorophyll-freien Organismus stehen durchaus keine theoretische Bedenken entgegen; dieselbe geht auch voraussichtlich in den Chlorophyllhaltigen Pflanzen nicht unter dem Einflusse des Chlorophyllorgans vor sich (vergl. mein Lehrbuch der Agriculturchemie 1870—71 S. 151).

2. Der Beweis der Vermehrung der Hefe bei deren Ernährung durch Ammoniaksalze, den Liebig als entscheidend ansieht, ist längst erbracht worden; vergl. meine Untersuchungen S. 59.

3. Die Abnahme der Hefesubstanz bei den Duclaux'schen Versuchen, auf die Liebig gleichfalls hindeutet, ist offenbar nur eine scheinbare, da vor der Gährung das Hefeextract mitgewogen wurde; vergl. ebend. S. 57.

4. In den Gährungsgemischen, die von stickstoffhaltigen Substanzen lediglich Ammoniaksalze enthielten, wird von Liebig die Möglichkeit einer Milchsäuregährung zugegeben, also doch wohl die Ernährung eines hefeartigen Organismus durch Ammoniaksalze im Princip zugegeben (vergl. Ueber Gährung etc. S. 39), ferner von Schimmelbildung in solchen Gemischen gesprochen, was offenbar zu demselben Schlusse führt (vergl. ebend. S. 40 Anm.).

5. Den Liebig'schen Einwurf in Bezug auf den Schwefel, den Pasteur seinen Versuchsaflüssigkeiten nicht zugesetzt haben soll, habe ich anderen Orts erledigt (vergl. landw. Versuchszt. XI, S. 449), ebenso

trachte ich Folgendes als nunmehr experimentell festgestelltes Resultat.

Die Ernährung des Hefepilzes und die alkoholische Gährung steht nicht blofs mit der Aufnahme ganz gewisser stickstoffhaltiger Nahrungsmittel durch jenen erstern in Beziehung, sondern ist auch an einen *wahren Stickstoffumsatz* unabänderlich geknüpft, d. h. der Hefepilz scheidet bei der alkoholischen Gährung nicht blofs stickstofffreie Stoffe aus, wie Alkohol, Kohlensäure und einige andere, sondern auch regelmäfsig *stickstoffhaltige* unbekannter Natur, die nun nicht wieder zu seiner Ernährung dienen können.

Wahrscheinlich gemacht wurde dieser Sachverhalt durch schon früher veröffentlichte ältere Versuche, welche zeigten, dafs, wenn man wiederholt dieselbe Hefe benützt, um verhältnismäfsig grofse Mengen Zucker zur Vergährung zu bringen, aus der so resultirenden Flüssigkeit stickstoffhaltige Stoffe dargestellt werden können, welche verhältnismäfsig sehr unfähig sind, den Hefepilz mit Stickstoff zu versorgen, während andererseits das stickstoffhaltige Extract aus frischer Hefe hierzu wohl im Stande ist. Zur Gewifsheit erhoben wurde jener Sachenthalt in meinen Augen durch neuere Versuche von mir, aus denen hervorgeht, dafs in mehreren Gährungsansätzen, welche sich in Nichts von einander unterscheiden, als durch die verschiedenen Mengen stickstoffhaltiger Nährstoffe (wovon aber selbst der geringste Zusatz genügen mufs, um für die möglichst intensive Vergährung des anfänglich vorhandenen Zuckers auszureichen) nach regelmäfsig erneutem Zuckersatz und Entfernung der stickstoff-

den Einwurf, dafs die Magnesia nicht dazu dienen könne, Ammoniakbestimmungen in phosphorsäurehaltigen Gemischen vorzunehmen (vergl. meine Untersuchungen etc, S. 56).

6) Dafs endlich die Industrie aus der Ernährung der Hefe durch Ammoniakverbindungen bis jetzt keinen Nutzen gezogen hat und voraussichtlich kaum je ziehen wird, kann doch wohl nicht ernstlich als ein Argument gegen die Möglichkeit dieses Vorgangs angesehen werden; denn, frage ich, ist das Physisch-Mögliche stets das Wirthschaftlich-Richtige?

freien Gährungsproducte derjenige Ansatz sich am Frühesten unfähig erweist, den Hefepilz weiter zu ernähren, welcher die geringste Menge stickstoffhaltiger Nährstoffe einschließt. Diese Resultate, zusammengehalten mit dem längst erbrachten Nachweis, daß unter diesen selben Verhältnissen die Hefe nicht bloß relativ, sondern auch *absolut* fort und fort an Stickstoff verarmt, zeigen unwiderleglich, daß bei der alkoholischen Gährung ein solcher Stickstoffumsatz in dem vorhin erläuterten Sinne thatsächlich besteht.

In Bezug endlich auf die Hauptfrage der Discussion, auf die Art und Weise des ursächlichen Zusammenhanges zwischen Hefepilzernährung und alkoholischer Gährung läßt sich auf Grund aller einschlagenden Untersuchungen die folgende Auffassung mit dem größten Erfolge vertheidigen. Ich muß dabei von einem scheinbar nicht hieher gehörigen Punkte Ausgang nehmen.

Der Hefepilz bedarf zu seinem Leben und zur Erfüllung seiner normalen Functionen (wenigstens in dem Vegetationsstadium, in welchem wir mit ihm allein zu schaffen haben) abweichend von den Existenzbedingungen fast aller anderen Organismenklassen und selbst aller in Bezug auf ihre Ernährungsvorgänge einigermaßen studirten Pilze, nicht der Zuführung des freien Sauerstoffs; er athmet nicht in dem Sinne, wie dieß alle höheren Pflanzen und Thiere, wie dieß ferner von den ihm nachstehenden Organismen z. B. die Hutpilze, die Schimmelarten und die (an der Oberfläche von Flüssigkeiten) Häute-bildenden *Mycoderma*-artigen Formen thun. Aus diesem Grunde darf natürlich der Satz, dessen durchgehende Gültigkeit namentlich nach Entdeckung der Sauerstoff-Athmung aller grünen Gewächse ziemlich allgemein als bewiesen angesehen wurde, daß ein jeder Organismus und in dem Grade, als er gewisse intensive Lebensäußerungen vollziehe, der Aufnahme von Sauerstoff unumgänglich nothwendig bedürftig sey, in dieser engen Form nicht aufrecht erhalten werden. Es kann derselbe aber im Einklang mit allen auf diesem umfassenden Gebiete vorliegenden Untersuchungen, sowie als unumstößlich zulässige

Folgerung unserer wohlgeprüften theoretischen Anschauungen vom Wesen der hier ins Spiel kommenden Kräfte dahin abgeändert werden, daß einem jeden Organismus zum Vollzug seiner Lebenserscheinungen chemische Spannkkräfte zur Verfügung stehen müssen, und es ein wesentliches Merkmal jener bestimmten Lebenserscheinungen ist, daß solche chemischen Spannkkräfte dabei in die Form von Wärme oder mechanische Bewegung übergehen. Daß diese chemischen Spannkkräfte in der Affinität von Sauerstoff zu organischer Substanz bestehen, muß als ein *specieller Fall* jener allgemeinen Gesetzmäßigkeit, freilich als der gewöhnlichst eintretende, betrachtet werden; sie können aber theoretisch ebensogut und thatsächlich durch die Affinitäten, welche durch innere Spaltungen organischer Körper ohne Sauerstoffzutritt frei werden, repräsentirt werden.

Gesteht man diese (theoretisch ja so unwesentliche) Abänderung jenes bekannten Satzes zu, so tritt der gesammte Lebensproceß des Hefepilzes in der Zuckerlösung durchaus in die Reihe der uns geläufigen Stoffwechselvorgänge der höheren Organismen ein, und zugleich wird uns eine Reihe von Erscheinungen bei der Ernährung des Hefepilzes leicht verständlich. Der Zerfall eines Kohlenhydrats in Alkohol und Kohlensäure ist mit einem Verluste an chemischen Spannkkräften verbunden¹⁾; der gebildete Alkohol hat eine erheblich kleinere Verbrennungswärme, als derjenigen Menge Zucker, aus der er bei der Gährung hervorgegangen ist, entspricht. Somit bietet dieser Zerfall in dem erläuterten Sinne die größte Aehnlichkeit mit einer Verbrennungserscheinung dar, und man könnte ihn vielleicht, um hieran zu erinnern, als »innere Verbrennung« bezeichnen.

Machen wir nun Anwendung von dieser Analogie für einen ganz bestimmten Fall. Das Protoplasma, jener dickflüssige oder körnige (vermuthlich) eiweißreiche Theil des Zellsaftes, von dem alle pflanzlichen Lebenserscheinungen direct oder indirect auszugehen scheinen, aller der Sauer-

1) Berthelot: Jahresber. d. Chem. Bd. 18 S. 602; vergl. auch mein Lehrbuch der Agrik. Chem. Bd. I S. 96.

stoffzufuhr bedürftigen Pflanzen ist der eigentliche Sitz der Athmungserscheinungen bei denselben. Es ist eine jedem Pflanzenphysiologen geläufige Thatsache, daß ein Protoplasma, welches vegetabilische Neubildungen, d. i. zunächst Ablagerungen von Zellhäuten aus seinem zuckerhaltigen Bildungssaft vollzieht, nothwendig eine Verbrennung von erheblicher Stärke in sich unterhält, und daß in Folge dessen protoplasmareiche Pflanzentheile, welche in sehr intensiver Organvermehrung, also in neuer Zellbildung begriffen sind, auch eine besonders intensive Athmung unterhalten. Die Bildung von Cellulose aus den zuckerartigen Bestandtheilen des Bildungssaftes ist ein Vorgang, dessen Chemismus wir zur Zeit nicht kennen, der aber, wie wir sehen, in der allerengsten *Abhängigkeit* steht von einem anderen Chemismus, in Folge dessen ein weiterer Theil der organischen Substanz des Bildungssaftes durch Oxydation zerstört wird.

Die Neubildung der Hefezellen geschieht bei näherem Hinblick in genau analoger Weise. Auch hier ist der Proceß der Ablagerung der Cellulose der neu entstehenden Sprossungen aus einem zuckerhaltigen Protoplasma unabänderlich an einen anderen chemischen Vorgang geknüpft, der aber diesmal nicht in einer *vollständigen Verbrennung* eines anderen Theiles der organischen Substanz des Zellsaftes, sondern in einer *inneren Spaltung* eines anderen Theiles des Zuckers des Zellsaftes in niedriger und höher oxydirte Producte besteht, bei der aber gleichfalls, wie bei jener Verbrennung, chemische Spannkkräfte verloren gehen. Durch die gemachte Generalsation wird also eine einzelne, für sich räthselhafte Naturerscheinung zwanglos einer bekannten Klasse von Erscheinungen eingereiht, und auf diese Weise glücklich der Causalnexus zwischen Zuckerzerfall und Hefesprossung mit einer großen Wahrscheinlichkeit nachgewiesen.

Es ist unbekannt, wie viele Gewichtstheile organischer Substanz in jenem ersteren Falle der Sauerstoffathmung von Pflanzen nothwendig zerstört werden müssen, damit ein Ge-

wichtstheil in der Form von Cellulose abgelagert wird; aber jedenfalls erscheint uns — wenn wir die gezogene Parallele weiter verfolgen — diejenige Menge des Zuckers, die in Alkohol und Kohlensäure zerfallen muß, damit ein Gewichtstheil desselben als Zellhaut der neuen Sprossungen Verwendung findet, *unverhältnißmäßig groß* ¹⁾. Allein auch dieses scheinbare Mißverhältniß wird uns leicht verständlich, wenn wir den Gesichtspunkt, auf dem jene Vergleichung beruhte, im Auge behalten und bedenken, daß bei dem vorliegenden Spaltungsprocesse eine sehr viel kleinere Menge von chemischen Spannkraften verfügbar wird, als bei einer vollständigen Verbrennung, indem doch die Voraussetzung sehr nahe liegt, daß die Gleichheit der verlorenen Spannkraft für die analogen Fälle als Maassstab dienen müsse.

Bei dem ganzen Vorgänge ist es nothwendig, sich den Zucker des *protoplasmatischen Zellsaftes der Hefe* als einerseits zur neuen Zellstoffablagerung dienend, andererseits jene Spaltung erleidend zu denken, und nur anzunehmen, daß der Verlust dieses Zuckers bei der gewöhnlichen Gährung in zuckerhaltigen Flüssigkeiten durch Aufnahme von Zucker von Außen immer wieder gedeckt würde. Dieser letztere Vorgang würde ein einfach osmotischer seyn.

Die so gewonnene Vorstellung erscheint als die einfachste und natürlichste, und sie erlaubt uns auch, wie sich durch einiges Nachdenken ergibt, diejenigen Vorgänge bei der alkoholischen Gährung auf jenen gemeinschaftlichen Gesichtspunkt zurückzuführen, welche Pasteur anfangs so befremdlich entgegengetreten sind ²⁾ und die auch Liebig³⁾ als eine unüberwindliche Schwierigkeit für die Pasteur'sche Theorie anzusehen geneigt erscheint; ich meine jene Vorgänge der Alkohol- und Kohlensäurebildung aus der Substanz der Hefe selbst in Abwesenheit einer Zuckerlösung, die Erscheinung der Selbstgährung der Hefe, welche

1) vergl. v. Liebig, Ueber Gährung. S. 15.

2) *Annal. d. chim. et d. Phys.* (3) T. 58 p. 354.

3) Vergl. Ueber Gährung. S. 14.

in dieser eintritt, wenn nur die übrigen Vegetationsbedingungen des Hefepilzes erfüllt sind ¹⁾).

In Betreff der Liebig'schen Vorstellungen über den gleichen Gegenstand muß ich mich hier leider auch auf einige unvollständige Andeutungen beschränken. Der genannte Forscher sucht trotz des Zugeständnisses des ursächlichen Zusammenhanges zwischen Hefepilzernährung und alkoholischer Gährung, die früher vertretene mechanische Gährungstheorie auch für diesen speciellen Fall in einem gewissen höheren Sinne aufrecht zu erhalten, indem er den Hefepilz die Erzeugung des fermentartigen auf Zuckererspaltung wirkenden Körpers zuschreibt, und darauf hindeutet, daß die Ausscheidung eines ähnlichen, die Intervertierung des Rohrzuckers bewirkenden Fermentkörpers durch jenen Organismus Thatsache sey.

Gegen die dahin gerichteten Ausführungen läßt sich geltend machen, daß der letztere Fermentkörper getrennt von der Hefezelle erhalten werden kann und seine Wirkungen ausübt, während jener hypothetische noch auf keine Weise getrennt von seinem Mutterorganismus dargestellt werden konnte, daß mithin neue Hypothesen zur Aufrechthaltung jener ersten nothwendig werden. Ganz ähnliche, die Wahrscheinlichkeit dieser Hypothese auf ein Minimum herabdrückende Einschränkungen sind für dieselbe in Folge des Resultats des bekannten Lüdersdorff'schen Versuchs ²⁾ und der Resultate einiger kürzlich von mir angestellten Versuche nothwendig, welche letzteren zeigen, daß die Gährungsbefähigung der Hefe bei einer niedrigeren Temperatur erlischt, als das Intervertierungsvermögen jenes Fermentkörpers, mithin die Analogie, auf welche hin die Hypothese einige Wahrscheinlichkeit zeigte, gar nicht vorhanden ist.

1) Ich muß mich leider hier auf diese Andeutung beschränken; die nähere Begründung in der ausführlichen Veröffentlichung, die in den „Landw. Versuchsst.“ soeben erfolgte.

2) Diese Ann. Bd. 67, S. 408.

VII. *Ueber die Verbindungen des essigsauren Natrons mit Wasser; von Emil Zettnow.*

Schmelzt man behufs Darstellung einer übersättigten Lösung käufliches reines essigsaures Natron $= \text{C}^4\text{Na}^2\text{H}^6\text{O}^4 + 6\text{H}^2\text{O}$ und erhält die Lösung vor dem Verschließen mittelst eines Pfropfens von Baumwolle einige Secunden lang im Kochen, so erstarrt die Flüssigkeit beim Erkalten zu einem durchscheinenden aus Krystallnadeln bestehenden Brei, welcher bei Berührung mit einem anderen Körper z. B. der Luft oder einem eingesenkten Thermometer noch einmal unter nicht unbedeutender Wärmeentwicklung krystallisirt und alsdann eine weißse ziemlich feste Krystallmasse darstellt. Zur näheren Feststellung des Wassergehaltes der zuerst gebildeten Krystalle wurde eine Reihe von Versuchen angestellt, von denen ich folgende sechs hervorheben will:

Versuch I. Etwa 1200,0 käufliches essigsaures Natron wurden ohne Zusatz von Wasser in einem großen, von dem Salz nur etwa zu einem Drittel angefüllten Kolben zuerst im Wasserbade, dann über freiem Feuer geschmolzen. Zwischen 59° und $59\frac{1}{2}^\circ$ C. bildet das Salz eine halbflüssige Masse, welche bei 77° bis 78° völlig geschmolzen ist und bei 120° zu kochen beginnt. Als die Flüssigkeit einige Minuten heftig gekocht hatte und der Siedepunkt auf 123° C. gestiegen war, wurde der Kolben, während die Flüssigkeit sich noch in vollem Sieden befand, mit einem festen Pfropfen von Baumwolle verschlossen. Als der Kolben nach einer Stunde soweit erkaltet war, daß er nur noch eine lauwarne Temperatur besaß, begann plötzlich von einem Punkte der Oberfläche aus unter Steigerung der Temperatur bis etwa auf 45° C. eine Krystallisation, welche sich langsam durch die ganze Flüssigkeit fortsetzte, so daß nach 1 bis 2 Minuten ein lockerer Krystallbrei, durchzogen von einer dickflüssigen Mutterlauge, sich in dem Kolben befand. Nachdem der Kolben nach einigen Stunden

völlig erkaltet war, liefs man durch vorsichtiges und allmähliges Neigen desselben die Mutterlauge von den gebildeten Krystallen ab- und in den Hals des Kolbens laufen. Sechs Stunden lang tropfte dieselbe auf diese Weise ab und an dem einen oberen Theile des gebildeten Krystallbreies erschien ein kleiner Theil der Krystalle fast frei von Mutterlauge, als von dem baumwollenen Pfropfen aus, durch welchen ein kleiner Tropfen gesickert, durch Berührung mit der Luft erstarrt war und die Krystallisation in den Kolben hinein verpflanzt hatte, plötzlich unter Sprengung des Kolbens dieselbe zu einer weissen, nur wenig feuchten Krystallmasse erstarrte, während die Temperatur dabei bis auf 56° C. stieg. Die Krystallisation erstreckte sich auch auf die zwischen den zuerst angeschossenen Krystallen befindliche Mutterlauge, so dafs dieselben, gleichsam zusammenge kittet, eine feste Masse bildeten und nur am oberen Theile sich eine kleine Partie von Mutterlauge fast völlig frei erwies, denn dieselben enthielten grosse Zwischenräume und bröckelten bei leichter Berührung mit dem Finger ab. Von dieser reinsten Partie wurden zwei Proben, jede von etwa 2,0 bis 3,0 genommen und der Wassergehalt in denselben durch sehr allmähliges Trocknen bis zur Gewichtsconstanz zuerst bei 50° und langsam steigend schliesslich bei 170° bis 180° C. bestimmt.

a) 1,674 der ersten Probe verloren beim Trocknen 0,597 = 35,66 Proc. Wasser.

b) 1,663 der zweiten Probe verloren 0,5875 = 35,33 Proc. Wasser.

Versuch II. Es wurden etwa 400,0 essigsäures Natron wie beim ersten Versuch geschmolzen und gekocht, bis der Siedepunkt 122° C. betrug. Von den erhaltenen Krystallen tropfte die Mutterlauge, da auf den Verschluss viel Sorgfalt verwendet war¹⁾, während 24 Stunden bei gewöhnlicher Temperatur ab und man beobachtete, dafs sich in der

1) Mit einem Kork darf man den Kolben nicht verschliessen, weil derselbe, sobald die Krystallisation beginnt, zersprengt und der Inhalt weit umhergeschleudert wird.

Mutterlauge, durch Temperaturniedrigung von etwa 25° auf 15° lange Krystallnadeln bildeten; nicht nur diese jedoch verschwanden, als der Kolben ferner 12 Stunden lang an einem etwa 30° bis 35° warmen Ort gebracht wurde, sondern es wurde auch der untere Theil der Krystallmasse von der sie umspülenden Mutterlauge angefressen. Als hierauf der baumwollene Verschluss schnell entfernt wurde, erstarrte die Mutterlauge augenblicklich, und nur etwa 5,0 derselben liefen in das untergestellte Gefäß. Ein in die Masse eingesenktes Thermometer zeigte 55° bis 56° . Der Theil der Krystallmasse jedoch, von welchem die Mutterlauge während 36 Stunden abgelaufen war, erwärmte sich kaum merklich; die Krystalle waren sehr locker, schienen sehr rein zu seyn und enthielten 21,33 Proc. Wasser, denn

c) 1,9405 derselben erlitten beim Trocknen einen Gewichtsverlust von 0,414.

Versuch III. Etwa 700,0 essigsaures Natron wurden wie bei Versuch I geschmolzen; von den erhaltenen Krystallen liefs man die Mutterlauge 24 Stunden lang abtropfen und dieselbe alsdann durch Wegnahme des Verschlusses erstarren. Nach dem Zerschlagen des Kolbens liefsen sich die zuerst gebildeten und mit Mutterlauge durchtränkten Krystalle als ein Stück von der übrigen Masse trennen und wurden zum zweiten Male geschmolzen. Als die Temperatur der Masse 125° bis 126° betrug, war jedoch noch der Theil derselben, welcher von Mutterlauge am freiesten war, ungeschmolzen und der Kolben wurde verschlossen, ohne dafs eine Schmelzung derselben stattgefunden hätte. Von ihnen aus fängt alsdann die Krystallisation an, und es war nach 8 Stunden nur wenig Mutterlauge abgelaufen. Das Gewicht der von der Mutterlauge am meisten befreiten Krystalle d, welche also durch zweimaliges Schmelzen erhalten waren, betrug etwa 3,0, und ihr Wassergehalt 18,12 Proc., denn

d 1) 1,298 verloren beim Trocknen 0,2355 = 18,14 Proc.

2) 1,347 verloren 0,244 = 18,11 Proc.

Von den bei der zweiten Schmelzung nicht flüssig gewordenen Krystallen wurde ebenfalls eine Probe *e* genommen und ergab sich der Wassergehalt zu 21,03 Proc., da *e*) 2,287 beim Trocknen 0,481 verloren.

Versuch IV. 150,0 essigsäures Natron wurden wie bei Versuch III. geschmolzen; beim zweiten Schmelzen, da die Quantität geringer war, alles in Flufs gebracht und die erhaltenen Krystalle, von welchen die Mutterlauge 24 Stunden abgetropft, war zum dritten Male völlig geschmolzen. Von den bei ziemlich hoher Temperatur angeschossenen Krystallen lief die Mutterlauge 8 Stunden ab und erstarrte dann von selbst.

f) 1,948 dieser dreimal eingeschmolzenen und von Mutterlauge möglichst freien Krystalle verloren beim Trocknen 0,398 oder 20,4 Proc. Wasser.

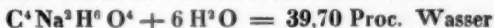
Versuch V. Etwa 90,0 essigsäures Natron wurden geschmolzen; einige Secunden im Kochen erhalten und der Kolben verschlossen. Die Krystalle, von denen die Mutterlauge 8 Stunden abgelaufen war, enthielten 32,6 Proc. Wasser, denn

g) 1,8885 verloren 0,615.

Versuch VI. Krystalle von einer anderen Bereitungsart, sonst genau unter denselben Verhältnissen wie bei Versuch V, zeigten einen Wassergehalt von 33,3 Proc., denn

h) 1,7515 verloren 0,5825.

Diese Versuche thun dar, dafs das essigsäure Natron fähig ist, sich mit Wasser in sehr verschiedenen Verhältnissen zu verbinden. Es erfordert die Formel:

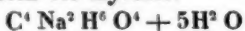


5	"	=	35,43	"	"
4	"	=	30,51	"	"
3	"	=	24,77	"	"
2	"	=	18,0	"	"
1	"	=	9,89	"	"

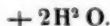
Es wurden gefunden bei

- a) 35,66 Proc. im Mittel 35,5 Proc.
 b) 35,33 Proc.
 d) 18,12 Proc.

Darnach existirten die Hydrate:



und



Die Bestimmung des Wassergehalts ergab bei

- c) 21,33 Proc.
 e) 21,03 Proc.

Da die Krystalle vielleicht nicht völlig frei von Mutterlauge waren, so ist es möglich, dafs sie der Formel $\text{C}^1 \text{Na}^2 \text{H}^6 \text{O}^4 + 2 \text{H}^2 \text{O}$ entsprechen und dafs der Ueberschufs von 2,4 bis 3,3 Proc. aq auf Rechnung von 5 bis 8 Proc. mechanisch mit eingeschlossener Mutterlauge zu setzen ist; wahrscheinlicher ist es jedoch, dafs sie der Formel $2 \text{C}^1 \text{Na}^2 \text{H}^6 \text{O}^4 + 5 \text{H}^2 \text{O}$, welche 21,53 Proc. Wasser erfordert, entsprechen und dafs der Mindergehalt von 0,2 und 0,5 Proc. Wasser von einer anfangenden Verwitterung herührt, welcher die Krystalle bei einer Temperatur von 56°, wie sie durch das Krystallisiren der Mutterlauge erhalten werden, wenn auch nur für einige Minuten unterworfen sind. Diese Annahme würde dann vielleicht auch dem Salz *f* mit 20,4 Proc. Wasser dieselbe Formel zukommen lassen.

g) mit 32,56 Proc. Wasser und

h) mit 33,30 Proc.

im Mittel 32,93 Proc.

entsprechend der Formel $2 \text{C}^1 \text{Na}^2 \text{H}^6 \text{O}^4 + 9 \text{H}^2 \text{O}$, welche 33,06 Proc. Wasser erfordert.

Berlin, 10. Januar 1871.

VIII. *Ueber ein Barometer ohne Quecksilber;* *von A. Heller,*

Prof. d. Physik an der Ober-Realschule in Ofen.

Der Luftdruck zu einer gewissen Zeit und an einem gewissen Orte kann entweder vermittelt eines Apparates, der auf dem Principe der communicirenden Röhren beruht, gemessen werden, oder aber, indem man das specifische Gewicht der Luft bestimmt und hieraus die jeweilige Expansion berechnet. Die erste Messungsmethode ist beim Quecksilberbarometer allgemein in Anwendung, die letztere wurde bisher zur Ausführung barometrischer Messungen nicht benutzt.

Der von mir vorgeschlagene und gegenwärtig in Ausführung begriffene Apparat, welcher die Bestimmung des jeweiligen Luftdruckes ermöglichen soll, besteht aus einem Waagebalken, dem an seinen beiden Enden zwei an Gewicht nahe gleiche, an Volum jedoch sehr verschiedene Körper (eine hohle Kugel und ein voller Cylinder) angeschraubt sind ¹⁾. Das eine Ende des Waagebalkens trägt einen Spiegel, der ungefähr senkrecht auf der Axe des Balkens steht. In einiger Entfernung von dem Apparate befindet sich ein Fernrohr mit einer vertikalen Scale, deren Bild man durch das Fernrohr im Spiegel des Waagebalkens beobachtet. Es ist nun klar, dafs, wenn sich die Expansion der Luft in der Umgegend des Apparates ändert, der Waagebalken immer

1) Insofern ist der von mir zur Ausführung gebrachte Apparat eigentlich im Principe identisch mit Guericke's Dasymeter oder Manometer. Nur ist jene Vorrichtung in der That eine Waage, bei der mit Gewichten das Gleichgewicht hergestellt wird. Gerstner (der Vater), der wohl das genaueste Manometer construirt hat, benutzte es zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Luft bei verschiedenen Barometer- und Thermometerständen. Er erhielt dasselbe direct durch Verschiebung eines Laufgewichtes auf dem mit einer Scale versehenen Waagebalkenarme. Die Anwendung des Apparates wurde durch die späteren genaueren Messungen verdrängt.

andere Neigungswinkel mit dem Horizonte einschließen werde, welche Winkel sich vermöge der gespiegelten Scale im Fernrohr mit Leichtigkeit messen lassen.

Die Schwankungen des Waagbalkens in Folge der Luftdrucksänderungen an einem Orte werden nun allerdings bei mäßigen Dimensionen der Vorrichtung nicht eben viel ausmachen; allein die Anwendung der Poggendorff-Gaufs'schen Spiegelablesung gewährt eine solche Genauigkeit, daß man, wie eine kleine Rechnung ergibt, bei sehr leicht realisirbaren Annahmen, mit bedeutend größerer Sicherheit und Genauigkeit die Aenderungen der Lage des Waagbalkens messen kann, als die Höhe der Quecksilbersäule im gewöhnlichen Barometer, wenn nur die ganze Construction leicht ist und der Schwerpunkt derselben sich in geringer Entfernung von der Messerschneide des Balkens befindet.

Wir wollen annehmen, es befinde sich der Waagbalken bei 760^{mm} Barometerstand und der Temperatur des schmelzenden Eises in trockener Luft im Gleichgewichte und es bedeuten;

Q das wahre Gewicht (auf den luftleeren Raum bezogen) der hohlen Kugel

Q_1 das des vollen Cylinders.

V_0 und v_0 die entsprechenden Volumina bei 0 Grad.

γ und γ_1 die entsprechenden Ausdehnungscoefficienten

α den Ausdehnungscoefficienten der Luft

B die Expansion der Luft, t die Temperatur

T die Expansion des in der Luft erhaltenen Wasserdampfes

G das Gewicht der ganzen Construction

h die Entfernung des Schwerpunktes derselben von der Drehungsaxe.

a die Länge des in Rechnung kommenden Hebelarmes.

Es ist dann offenbar die Tangente des Ausschlages des Balkens:

$$\lg w = \frac{Q - Q_1 - [V_0(1 + \gamma t) - v_0(1 + \gamma_1 t)] \frac{1}{1 + \alpha t} 0,001293 \frac{(B - \frac{3}{2} T)}{760^{\text{mm}}}}{G \frac{h}{a}}$$

und hieraus:

$$\frac{dw}{dB} = - \cos^2 \alpha \frac{V_0(1 + \gamma t) - v_0(1 + \gamma_1 t)}{G \frac{h}{a}} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} \frac{0,001293}{760}$$

als Maafs der Empfindlichkeit des Instrumentes, die demnach um die Horizontallage des Balkens herum ihr Maximum erreicht. Da übrigens der grösste Ausschlag nur wenige Grade beträgt, so kann die Empfindlichkeit als constant angesehen werden. Für eine gewisse Annahme giebt die Rechnung für die Zunahme des Barometerstandes um 1^{mm} einen Ausschlag von einigen [4 bis 5] Millimetern der Scale.

Allein der gegenwärtige Apparat erlaubt nicht blos eine mindestens gleiche Genauigkeit der Bestimmung des jeweiligen Luftdruckes wie das Quecksilberbarometer, sondern scheint vor diesem einige wesentliche Vortheile zu haben, indem es bedeutend geringere Fehlerquellen aufweist.

Bei jedem Instrumente, das zur Messung einer variablen Kraft dient, ist es ein wichtiges Erfordernis, dafs dasselbe die Bewegung möglichst kleiner Massen erheische, um so mehr, je schneller die Veränderungen, die es anzeigen soll, vor sich gehen, da man sonst unter Umständen von der Wirklichkeit bedeutend abweichende Resultate erzielen wird.

Beim Quecksilberbarometer ist die Bewegung einer Flüssigkeitssäule von beträchtlichem Gewichte erforderlich, um die Aenderung des Luftdruckes anzuzeigen; diese schwere Quecksilbersäule wird sich erst dann in Bewegung setzen, wenn sich die Impulse derart summiren, dafs sie im Stande ist die Reibung längs der ganzen Fläche der Röhre zu überwinden und eine gewisse Geschwindigkeit in sich aufzunehmen. Geschieht die Aenderung des Luftdruckes mit gröfserer Geschwindigkeit, so wird das Quecksilberbarome-

ter vermöge seiner Trägheit nie den wirklichen Druck zeigen und nie dessen höchsten oder geringsten Werth.

Der oben beschriebene Apparat ist diesem Uebelstande, seiner geringen Masse, sowie der geringen Hindernisse seiner Bewegung wegen, viel weniger unterworfen und wird voraussichtlich im Stande seyn solch schnellen Veränderungen des Luftdruckes zu folgen, die sich am gewöhnlichen Barometer nur in einem Mittelwerthe ausdrücken.

Ein weiterer Nachtheil des gewöhnlichen Barometers ist es, daß die Torricelli'sche Leere thatsächlich immer Quecksilberdampf von geringer Tension und außerdem atmosphärische Luft enthält und zwar von letzterer um so mehr, je länger das Instrumente im Gebrauche ist. Kann man für den Quecksilberdampf nun auch eine Correction anbringen, so entzieht sich doch dessen Wirkung auf die Capillardepression, sowie die im Torricelli'schen Raume befindliche Luft jeder Berechnung.

Endlich setzt die Anwendung des Quecksilberbarometers die Füllung mit Quecksilber von genau bekanntem specifischen Gewichte voraus, was ebenfalls eine nicht erfüllbare Bedingung in sich schließt, da man sich chemisch reines Quecksilber nur sehr schwer verschaffen kann und dieses sich auch nicht erhält, sondern nach kurzer Zeit theilweise oxydirt. Versuche haben nun aber gelehrt, wie die geringste Verunreinigung der Barometerflüssigkeit die Capillardepression ganz wesentlich verändert.

Diesen Fehlerquellen analoge Mängel scheint das neue Instrument nicht zu besitzen, wenn nur der Waagbalken mit jener Sorgfalt gearbeitet ist, mit der man im Allgemeinen feine Waagen verfertigt.

Der Verfasser behält sich vor über vergleichende Messungen mit Quecksilberbarometern und seinem Instrumente seiner Zeit zu berichten.

Ofen, 28. December 1870.

IX. *Ein Quecksilberbarometer ohne Luftleere;
von A. Kurz.*

Die Idee zu diesem Instrumente rührt von Kupffer her¹⁾. Da ich ohnehin ein einfaches Barometer für Unterrichtszwecke wünschte, so versuchte ich die Verwirklichung. Auch kann dazu der Gedanke locken, ob nicht jenes Instrument bei Zerlegbarkeit in seine Bestandtheile für Reisen sich eigne.

Diese Bestandtheile sind: Glasröhre mit eingezätzter Scale, Gefäß, Quecksilber, ein gewöhnliches Stativ mit Zwinde. Aus drei abgelesenen Quecksilberhöhen $b' > b'' > b'''$, bei welcher beziehungsweise der Nullpunkt der Glasröhre im Quecksilberniveau des Gefäßes eingestellt ist oder der n^{te} oder $2n^{\text{te}}$ Theilstrich, ergibt sich der wirkliche Barometerstand

$$b = b' + \frac{c}{x} = b'' + \frac{c}{x - n} = b''' + \frac{c}{x - 2n},$$

in welchen drei Gleichungen c die Depression des Quecksilbers durch die statt des Vacuums gebliebene Luft bedeutet, bei der Höhe dieser Luftsäule = einem Theilstreiche, also $\frac{c}{x}$ bei der Höhe von x Theilstreichen. Dabei ist also vorausgesetzt, daß der obere Theil der Röhre, soweit die Quecksilberkuppe darin auf- und absteigt, genau gleichen Lichtquerschnitt, und daß das Quecksilber im Gefäße die Tiefe $2n$ plus Abstand des Röhrenendes vom genannten Nullpunkt habe.

Eliminirt man die Hilfsgrößen $\frac{x}{c}$ und $\frac{n}{c}$, so kommt

$$b = b'' - 2 \frac{(b'' - b''') \cdot (b'' - b')}{(b'' - b''') - (b'' - b')} \text{ oder } b = b' + \frac{(b' - b'') \cdot (b' - b''')}{(b'' - b''') - (b' - b'')};$$

das erstere Resultat notire ich nur wegen seines formellen

1) Diese Annalen Bd. 26. 1832. Auch Schmid Lesebuch der Meteorologie 1860. S. 875.

Vorzuges; das letztere ist praktisch bequemer; der Bruch in demselben ist die zur ersten der drei abgelesenen Quecksilberhöhen noch hinzuzufügende Correctur, die ich fürderhin mit r bezeichnen will

$$(b = b' + r).$$

Die Röhre und das Gefäß von Glas wurde von Hrn. Geißler in Bonn gefertigt und kosteten $3\frac{1}{2}$ Thlr. Erstere hat oben 15^{mm} lichten Durchmesser, so daß die Capillardepression auf $0,1^{\text{mm}}$ gemindert ist und das Instrument bei der Ablesung keiner Erschütterung bedarf ¹⁾; von 68 bis 78^{cm} sind Theilstriche von 1^{mm} Abstand angebracht, über 78 hinaus ist noch Raum gleich dem Cylinder von etwas mehr als 2^{cm} Höhe ²⁾; unter 68 beträgt die lichte Weite etwa 7^{mm} ; der Nullpunkt ist etwa 3^{cm} vom Röhrenende entfernt; von 0 bis 10^{cm} sind Theilstriche von $\frac{1}{2}^{\text{cm}}$ Abstand angebracht, welche als die obengenannten n dienen und von den betreffenden Quecksilberständen abgezogen b'' und b''' finden lassen. Das Gefäß ist oben 6^{cm} weit, um die mit dem Finger verschlossene Röhre unter dem Quecksilberspiegel umkehren zu können; unten ist es zur Quecksilbersparnis 3^{cm} weit, mit Ausnahme der wieder größeren Fußplatte.

Meine Versuche datiren vom Ende des Jahres 1869. Vom Jahre 1870 weist mein Tagebuch 91 Vergleichen dieses Gefäßbarometers mit einem Heberbarometer von Greiner in Berlin und gelegentlich auch mit einem Aneroide von Breton in Paris auf. Dabei habe ich die Ausdehnung des Quecksilbers corrigirt; diejenige der Messing- und der Glasscale beider Barometer und die Capillardepression konnten oder mußten vielmehr außer Acht bleiben gegenüber jenem Gefäßbarometer, bei welchem die Zehntelmillimeter nur geschätzt werden können, und wobei überdies zu einer Beobachtung drei Einstellungen ins untere

1) Siehe Marbach Physikalisches Lexikon, Artikel Barometer.

2) Wurde mittelst Quecksilber auf der Waage kubicirt.

Niveau und drei Ablesungen der Quecksilberkuppe nothwendig sind ¹⁾).

In der That erwies sich b' und selbst b'' auf 1 bis 2^{mm} nahe dem wirklichen Barometerstande b ; was aber gerade die Correctur r (siehe oben) unzuverlässig machen mußt. Um einen Anhaltspunkt zu gewinnen, stellte ich die 46 Beobachtungen aus den Monaten October, November, December des verflossenen Jahres zusammen, bei welchem $n = 3^{\text{cm}}$ war (bei einigen hohen Barometerständen mußte $n = 2\frac{1}{2}$ genommen werden, weil sonst bei $2n = 6$ die Quecksilberkuppe über 78 hinaufgekommen wäre), und innerhalb welcher Zeit ein und dieselbe Füllung der Röhre bestanden hatte. Ich fand darunter

$b' - b'' \dots$	2 Male	$= 0,0^{\text{mm}}$
1	„	0,1
4	„	0,2
12	„	0,3
8	„	0,4
9	„	0,5
5	„	0,6
3	„	0,7
2	„	0,8
Mittel		$0,4^{\text{mm}}$.

Und dasselbe Mittel hatte ich aus allen 91 Beobachtungen gefunden. Die äußersten dieser Beträge sind gewiß durch Summation der Beobachtungsfehler in den beiderlei Einstellungen und Ablesungen entstanden; nimmt man bei jeder einzelnen dieser Operationen den möglichen Fehler 0,1 an, so kann der Gesamtfehler selbst 0,4 betragen im äußersten Falle.

Das Mittel der Differenzen ($b'' - b'''$) in den 46 Beobachtungen fällt 4 mal so groß aus. Es war nämlich

1) Die Messing- und Glasscale haben Hr. College C. Schmidt und ich mittelst Stangenzirkels und stählernen Normalmeters der städtischen Eichstelle controlirt; die Abweichungen auf 70^{cm} und darüber bleiben ebenfalls in den Zehntelmillimetern.

1 Mal ... $b'' - b''' = 0,8^{\text{mm}}$

5 „ 1,0

2 „ 1,1

3 „ 1,2

4 „ 1,3

3 „ 1,4

5 „ 1,5

1 „ 1,6

5 „ 1,7

3 „ 1,8

4 „ 1,9

4 „ 2,0

2 „ 2,2

3 „ 2,5

1 „ 2,6

Mittel = $1,6^{\text{mm}}$.

Und wiederum dasselbe Mittel aus allen 91 Beobachtungen. Wäre 0,8 und 2,6 wieder dem Maximalfehler 0,4 zuzuschreiben, so würden die $(b'' - b''')$ zwischen 1,2 und 2,2 variiren, wie auch mit Rücksicht auf die Anzahl der Vorkommnisse diese Gränzen 1,0 und 2,0 sind. Aus beiden Mittelwerthen berechnet sich

$$b - b' = r = \frac{c}{x} = \frac{(b' - b'') \cdot (b' - b''')}{(b'' - b''') - (b' - b'')} = \frac{2}{3} \text{ Mllm.}$$

Verknüpft man damit die zweite der obersten drei Gleichungen, worin $n = 30$ zu setzen ist:

$$b - b'' = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{c}{x - 30},$$

so findet man $x = 80$. Soviel Millimeter würde also die Höhe der Luftsäule bei dem betreffenden Quecksilberstande b' betragen, oder dieser würde (siehe oben bei Note 3) nahe 72^{cm} seyn. Diefs ist für das Mittel wohl etwas zu hoch, liegt aber innerhalb der Wirklichkeit; denn die 46 Beobachtungen erstreckten sich von 70^{cm} bis wenig über 72, wie schon angedeutet worden, die 91 Beobachtungen von 70 bis $72\frac{3}{4}$. Wenn ich mich recht erinnere, wird der mitt-

lere Barometerstand zu München gleich $26\frac{1}{2}$ pariser Zoll oder $71,7^{\text{cm}}$ angegeben; Augsburg liegt nur wenig niedriger und das Mittel aus meinen 46 Beobachtungen am Heberbarometer ist $71,4$ und würde ohne den Ausschluss der extremsten Fälle höher ausgefallen seyn.

Um auch den Einfluss der Luftausdehnung zu prüfen, deren Coëfficient 20 mal so groß ist als beim Quecksilber, kann man sich vorerst die vorige Luftsäule von 80^{mm} Höhe und $\frac{2}{3}^{\text{mm}}$ Druck auf das Doppelte verdichtet denken. Dann würde das Volumen und der Druck um etwas weniger als $\frac{2}{3}^{\text{mm}}$ zunehmen nach der Gleichung

$$\frac{4}{3} \cdot 80 = (\frac{2}{3} + z)(80 + z)$$

oder $b - b' = r$ nahezu $\frac{4}{3}^{\text{mm}}$ seyn. Eine Temperaturzunahme um 10° entspricht aber ungefähr einer Verdichtung bloß auf das $(1 + \frac{1}{30})$ fache, so daß die Senkung der Quecksilberkuppe z' zu berechnen wäre aus

$$\frac{31}{30} \cdot \frac{2}{3} \cdot 80 = (\frac{2}{3} + z')(80 + z'),$$

das ist z' nicht ganz $= \frac{1}{30} \cdot \frac{2}{3}^{\text{mm}} = 0,022$. Dagegen beträgt die Correctur wegen der Quecksilberausdehnung bei 10° $1,3^{\text{mm}}$ oder das 60 fache.

Das Aneroid betreffend mußte ich den Zeiger vom Februar bis zu October 1870 um 7^{mm} höher stellen; von da ab harmonirte es leidlich mit den Quecksilberbarometern. Es ist dies eine ähnliche Erfahrung derjenigen, die ich in Carl's Repertorium 1870 S. 132 gefunden, wobei innerhalb vier Monaten das Aneroid um 11^{mm} zurückblieb.

Schlussbemerkungen. — Das obige Gefäß-Barometer bleibt bei guter Füllung wenig hinter einem Barometer mit Vacuum zurück. Hätte man die Abweichung von einem Normalbarometer gemessen, als welches obiges Heberbarometer nicht gelten kann, so könnte eher noch das Gefäßbarometer mit dieser Abweichung corrigirt auf einige Zeit hinaus als Normalbarometer dienen.

Diese Abweichung dagegen aus obiger theoretischen Formel zu bestimmen, ist, wenigstens bei dem Instrumente mit obigen Dimensionen und mit der Barheit an mechani-

scher Einrichtung, unzuverlässig, namentlich bei geringer Zahl der Beobachtungen.

Aus diesem Grunde ist die oben angeführte Idee eines Reisebarometers, wenn nicht gefallen, so doch wankend. Bloß als hypothetischen Fall erwähne ich dazu noch einer engeren und längeren Röhre, um mit wenig Quecksilber größere Verschiebungen (n) zu vereinen.

Augsburg, am 19 Januar 1871.

X. *Historische Notiz über das Eiscalorimeter.*

(Mittheilung vom Prof. Th. Andrews in Belfast.)

In den »*Results of Astronomical Observations at the Cape of Good Hope (Appendix, p. 447)* veröffentlicht i. J. 1847 von Sir John Herschel, ist eine Verbesserung des Eiscalorimeters von Lavoisier und Laplace angegeben, welche im Princip und selbst in einigen Details dieselbe ist, wie die Methode, welche Prof. Bunsen bei seinen neuen calorimetrischen Untersuchungen befolgte¹⁾. Ohne irgendwie die Originalität und das Verdienst der Bunsen'schen Arbeit schmälern zu wollen, ist es nur Schuldigkeit gegen den ausgezeichneten Astronomen und Physiker, hier zu wiederholen, was derselbe vor mehr als zwanzig Jahren über den nämlichen Gegenstand geschrieben hat.

»Schätzen wir andererseits dasselbe (d. h. das geschmolzene Eis) nach der Volumsverringerung der Gesamtmasse des angewandten Gemisches von Eis und Wasser, welche durch das Schmelzen eines Theils des Eises hervorgebracht ist, so giebt es für die zu erreichende Genauigkeit keine andere Gränze als die mechanische Schwierigkeit, den Apparat so einzurichten, daß er eine genaue Messung der Volumendifferenz vor und nach dem Versuch gestattet. Zu dem Ende ist es nöthig, daß das erwähnte Gemisch in ein

1) Ann. Bd. 141, S. 1.

Gefäß eingeschlossen sey, welches es genau füllt und im oberen Theil einer langen graduirten offenen Röhre bei einer gewissen Abtheilung endigt, bis zu welcher, als Nullpunkt, das Wasser durch eine ajustirende Schraube hinaufgetrieben werden kann. Innerhalb dieses, in einer isolirten und wasserdichten Kammer, communicirend mit der äußeren Luft durch einen Kanal, der nicht weiter als nothwendig ist und sogleich durch einen nichtleitenden Pflock oder Stöpsel verschlossen wird, muß die Wärmequelle angebracht werden, die dem Versuch zu unterwerfen ist. Der ganze Apparat muß dann in ein Gemisch von Schnee und Wasser getaucht werden, um von außen her alle Mittheilung von Wärme abzuhalten.

XI. *Zur Umkehrung der Natriumlinie; von A. Weinhold.*

Die gewöhnliche Art der Umkehrung der Natriumlinie, bei der man schwachleuchtenden Natriumdampf zwischen einen weißglühenden Körper und den Spalt des Spectroskops bringt, erfordert eine bedeutende Helligkeit des weißen Lichtes, damit die von dem Natriumdampf absorbirte Lichtmenge beträchlich größer sey, als die von ihm ausgestrahlte und somit die Natriumlinie wesentlich lichtschwächer werde, als die benachbarten Theile des Spectrums.

Es war zu erwarten, daß die Umkehrung viel leichter eintreten müßte, wenn man die Helligkeit der neben der Natriumlinie liegenden Theile des Spectrums um ebensoviel vergrößern könnte, als die Helligkeit der Natriumlinie durch das Selbstleuchten des Natriumdampfes vergrößert wird.

Dies kann nun in sehr einfacher Weise geschehen: Man stellt vor den Spalt eines kleinen, nur aus Spaltrohr (ohne Linse) und stark zerstreuendem Prisma bestehenden

Spectroskops eine kleine Petroleumlampe und bringt eine durch Kochsalz *intensiv* gefärbte Weingeistflamme so zwischen das Prisma und das Auge, daß sie das ganze Spectrum deckt; — sofort erscheint eine sehr deutliche, dunkle Natriumlinie, während dieselbe Weingeistflamme, zwischen die Petroleumlampe und den Spalt gebracht, die Natriumlinie hell glänzend hervortreten läßt.

Bei der ersten Stellung erscheint das ganze Spectrum durch das von ihr ausgestrahlte, gelbe Licht erhellt und deshalb die Natriumlinie um den ganzen Betrag der stattfindenden Absorption gegen die benachbarten Theile des Spectrums erhellt, während bei der zweiten Stellung diese Theile gar nicht verändert werden und die Natriumlinie durch die Absorption des Natriumdampfes geschwächt, durch seine eigene Strahlung aber verstärkt wird.

Reibt man den Docht der Lampe nur mit Kochsalz ein, so ist die Flamme nur in den ersten Secunden nach dem Anzünden intensiv genug gefärbt, um eine deutliche Umkehrung zu bewirken; besser ist es, den Weingeist vor dem Einfüllen in die Lampe mit etwas Wasser zu versetzen und dann mit Kochsalz zu sättigen; ein zeitweiliges Reiben des Dochtes zwischen den Fingern ist aber auch bei diesem Verfahren noch zu empfehlen, um die Natriumlinie recht schwarz erscheinen zu lassen.

Eine kleine Schwierigkeit liegt für sehr kurzsichtige Augen darin, die richtige Accommodation für den Spalt zu finden und nicht auf die Weingeistflamme zu accommodiren. Man verringert dieselbe durch Anbringen eines quer gespannten Drahtes vor dem Spalt, der als schwarze Horizontallinie im continuirlichen Spectrum erscheint und die richtige Accommodation finden lehrt.

Die Anwendung eines Spectroskops mit Fernrohren hat mir keine guten Resultate gegeben; zwischen Ocular und Auge kann man die Flamme wegen des geringen Augenabstandes nicht aufstellen, zwischen Prisma und Objectiv gebracht, verwischt sie das Bild zu sehr durch die heißen Luftströmungen; — eine Aufstellung in einem Einschnitt des

Spaltrohrs nahe hinter dem Spalt oder zwischen Objectiv und Ocular des Beobachtungsfernrohrs, nahe der Collectivlinse war bei meinem Apparate nicht ausführbar.

Chemnitz, im Februar 1871.

XII. *Nachträgliche Bemerkung über Aetzfiguren an Krystallen; von Dr. Heinr. Baumhauer.*

Vor einiger Zeit habe ich in diesen Annalen zwei Aufsätze über die Aetzfiguren und den Asterismus an Krystallen veröffentlicht. Ich halte es nun für meine Pflicht, nachträglich mitzutheilen, daß Hr. Prof. Haushofer in München, wie ich aus seiner mir damals unbekannten Habilitationsschrift (*Ueber den Asterismus und die Brewster'schen Lichtfiguren am Calcit*, München 1865) ersehe, schon früher den Kalkspath, sowie Krystalle von Dolomit, Alaun und Kaliumeisencyanür in dieser Richtung untersucht hat. Es kann daher manche der von mir gemachten Angaben nur zur Bestätigung resp. Erweiterung des schon von Hrn Haushofer Gefundenen dienen. In einzelnen Punkten hingegen weichen meine Resultate von den seinigen ab oder enthalten wesentlich Neues. Letzteres gilt z. B. von der eigenthümlichen Vertheilung der dreiseitigen Vertiefungen auf der Endfläche des Kalkspathes. Außerdem hat Hr. H. das Seignettesalz, das doppeltchromsaure Kali und den Zucker gar nicht untersucht. Was die Verschiedenheit unserer Resultate angeht, so bezieht sich dieselbe hauptsächlich auf die Lage der dreiseitigen Vertiefungen auf der Calcitprismenfläche. Dieselben haben nach meiner Beobachtung die umgekehrte Lage als von Hrn. H. angegeben wird. Im übrigen verweise ich auf die citirte Schrift.

XIII. Ueber die Vogelsang'schen Krystalliten; von Hrn. E. Weifs in Bonn.

Hr. Prof. Vogelsang in Delft hat kürzlich in einer Abhandlung des *«Archives Néerlandaises»* T. V 1870 einen Aufsatz *«Sur les cristallites, études cristallogénétiques»* veröffentlicht und sich darin mit jenen Bildungen in künstlichen Schlacken, die auch in natürlichen Gesteinen häufig wiederkehren, beschäftigt, welche bekanntlich dem Beobachter stets Zweifel hinterlassen, ob er es mit krystallinischen oder unkrystallinischen (amorphen) Bildungen zu thun habe. Diese Untersuchung ist ebenso subtil als wünschenswerth und verbreitet namentlich nach zwei Richtungen hin besonderes Interesse: sie verspricht auf der einen Seite mancherlei geologische Analogien und auf der anderen Seite vielleicht krystallogenetische Aufschlüsse. Zunächst liegt eine Reihe von Untersuchungen an Schlackenschliffen vor, denen Experimente an Schwefel, welcher in einem hemmenden Medium krystallisirt, vorausgehen. Aus beiden gelangt der Verfasser zu der Ueberzeugung, daß man zwischen dem krystallinischen und amorphen Zustande der Körper noch einen oder mehrere Zwischenzustände annehmen kann, welche er als Globuliten, Margariten, Longuliten, Krystalliten bezeichnet, wovon der letztere der allgemeinere Begriff ist und die ersteren in sich schließt. Krystalliten sind ihm darnach *«alle unorganischen Producte, in welchen man eine regelmäßige Anordnung oder Gruppierung erkennt, welche übrigens jedoch weder im Großen und Ganzen, noch in ihren isolirten Theilen die allgemeinen Charaktere krystallisirter Körper zeigen, namentlich nicht regelmäßigen polyëdrischen Umriffs»*. Es sind ihm *«unentwickelte, embryonale Krystalle»*, deren scharfe Gränzbestimmung vorläufig unentschieden bleiben könne, vielleicht auch nicht in der Natur begründet sey. *«En transportant à la nature nos distinctions traditionnelles, appropriées aux besoins jour-*

naliers, nous ne faisons qu'imposer des entraves inutiles au libre essor de l'esprit."

Da mit Einräumung dieses Verlangens von Vogelsang wiederum eine Demarcationslinie in der Wissenschaft, nämlich die zwischen amorphem und krystallinischem Zustande der festen Körper fallen würde, so lohnt sich gewiß die nähere Betrachtung seiner Idee, welche eben mehr eine bisher scharf gezogene Gränze aufheben, als eigentlich einen neuen dritten Molecularzustand begründen soll. Ein Krystall soll auch nicht etwa erst aus dem Krystallitenstadium entstehen, sondern dies sey eine Gruppierungsweise, welche mehr oder weniger nahe derjenigen der wahren Krystalle kommen könne.

Gewissermaassen als Fundamentalversuch hat Vogel-sang zur Eruirung seiner Ansicht über die Krystalliten in Schlacken künstlich Aehnliches zu erzeugen gesucht, indem er eine Mischung von zwei Lösungen bereitete, deren eine aus Schwefel in Schwefelkohlenstoff, die andere von Canadabalsam in derselben Flüssigkeit bestand. Läßt man einen Tropfen einer solchen Mischung auf einem Glastäfelchen unter dem Mikroskop verdunsten, so wird die Masse immer dickflüssiger und man kann während der dampfförmigen Entweichung des Schwefelkohlenstoffs bequem sämtliche in dem Medium stattfindende Erscheinungen beobachten. Man sieht leicht, wie dieser Versuch sowohl in Bezug auf Erstarrungsvorgänge in einem die freie Bewegung hemmenden zähflüssigen Medium an sich, als auch wegen der Nachahmung von ganz ähnlichen Vorgängen in künstlichen und natürlichen Gläsern und Schlacken von Interesse seyn muß, und dafs es ein glücklicher Gedanke war, eine solche Flüssigkeit zu Grundversuchen zu benutzen. Nach vielfacher Wiederholung derselben Versuche mit Schwefel kann ich die interessanten Erscheinungen, welche Vogelsang erhielt, sämtlich bestätigen. Wenn ich diesen Bericht fast allein auf die Beobachtungen beim Schwefel beschränke, obgleich man die Versuchsreihe auf andere hemmende Medien und andere Körper ausdehnen könnte und sollte, so wird, wie

ich glaube, aus den alsdann beizufügenden Bemerkungen der Grund dieser Beschränkung hervorgehen.

Operirt man mit der richtigen Mischung jener zwei Lösungen, so bilden sich in kurzer Zeit in dem Tropfen diejenigen Körper, welche Vogelsang ihrer Gestalt nach Globuliten, Margariten und Longuliten nennt, ausserdem wirkliche Krystalle und Krystallgruppen. Die Reihenfolge, in der man sie auftreten sieht, ist gewöhnlich die, dass zuerst runde flüssige Kügelchen entstehen, welche eine übersättigte Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff sind, sich lebhaft anziehen und zu grossen Tropfen vereinigen, bis endlich feste Körper erscheinen. Diese letzteren entstehen übrigens nur, wenn die Mischung nicht zu viel Canadabalsam enthielt, und um so früher, in je geringerer Menge dieses Hemmungsmittel zugegen war. Der grösste Theil der festen Körper sind erkennbare Krystalle, Oktaëder, die sich meist nach Art vieler künstlicher Krystallisationen an einander reihen, worin die meisten Individuen parallel geordnet sind, oder sie bilden durch lineare, stets parallele Reihung Nadeln, welche deutlich aus kleinen Oktaëdern bestehen, daher am Rande gekerbt erscheinen, auch wohl nach Art der Scepterkrystalle des Quarzes mit einem gröfseren Oktaëder an der Spitze endigen. Aber ausser den deutlichen krystallinischen Gestalten bilden sich auch manche andere Formen, welche wegen ihrer mangelnden regelmässigen geradlinigen äufseren Begränzung Zweifel über ihre Natur hinterlassen, da ihre Gruppierung ganz nach Art von dendritischen Krystallgruppen in geraden, unter Winkeln zusammenstofsenden Linien geschieht. Diese sind ganz besonders der Gegenstand der Vogelsang'schen Aufmerksamkeit und Erörterung gewesen und sollen hier nochmals die der unserigen seyn. Einige sind von Stäbchenform mit rundlicher, oft knopfartiger Endigung: Longuliten; bei weitem die meisten aber sind rund, kuglig, klar durchsichtig, wie die vorher beschriebenen Tropfen übersättigter Schwefellösung, bleiben aber auch, nachdem die Verdunstung des Schwefelkohlenstoffs beendet ist, in gleicher Form und

Durchsichtigkeit zurück: Globuliten. Margariten sind Aneinanderreihungen von gewöhnlich größeren Globuliten in zierlichen Gruppen wie z. B. Fig. 5, Taf. VI. Zu fast all diesen Formen giebt es die schönsten Analogien in Schlacken und Gläsern, namentlich sind die Longuliten in letzteren vollkommener ausgebildet, und splendide Tafeln zum guten Verständniß zieren die interessante Abhandlung.

Die Entstehung dieser Körper läßt sich gut beobachten und die Manigfaltigkeit der Erscheinungen macht den Versuch zu einem anziehenden Beobachtungs-Objecte. Man sieht übrigens die gelben Flüssigkeitströpfchen (Globuliten) in ganz übereinstimmender Weise erscheinen wie die Krystalle: sie sind plötzlich da und vergrößern sich nachher nur, offenbar bei beiden aus demselben Grunde; wenn das Lösungsmittel — dort der Canadabalsam, hier der Schwefelkohlenstoff — nicht mehr ausreicht, so scheiden sie sich aus und zwar plötzlich. Jene aber, die Tröpfchen, wachsen — sey es ganz, sey es vorwiegend — durch Vereinigung und Hinzubewegen der fertigen Elemente, diese, die Krystalle, niemals auf gleiche Weise, sondern entweder wie gewöhnlich, ohne daß das Hinzutreten der vergrößern Masse direct sichtbar würde, oder indem sie jene Tröpfchen anziehen, welche im Momente der Berührung sich in einen Krystall verwandeln, welcher parallel mit dem ersteren gestellt nur die Verlängerung desselben bildet. Diese Erscheinung: das augenblickliche krystallinische Erstarren der Flüssigkeitströpfchen bei der Berührung mit einem Krystall, ist in der That der interessanteste und lehrreichste Vorgang von allen, welche sich bei diesen Versuchen beobachten lassen. Man wird, wie ich glaube, schon durch dessen bloße Betrachtung dazu geführt, daß das, was Vogelsang Globuliten nennt, wirklich nichts anderes als flüssige Tropfen sind, und in der That läßt sich die Richtigkeit hiervon auch direct ziemlich vollständig erweisen.

Vogelsang selbst nimmt auch nicht bestimmt den festen Aggregatzustand dieser Körperchen an, sondern wird nur dazu geführt, ihn wenigstens für viele als wahrschein-

lich zu betrachten, einmal weil er sogar über ein Jahr lang diese Globuliten mit völlig unverändertem Ansehen aufbewahrt hatte, sodann weil in den Schlacken ganz gleich geformte Körper in großer Zahl verbreitet sind, welche gewiss für fest gehalten werden müssen. Uebrigens glaubt er auch, daß die Bezeichnung »Globuliten« selbst auf flüssige kuglige Bildungen anwendbar sind. Gäben wir das letztere zu, so würde für uns »Tropfen« und »Globulit« in dem schwefelhaltigen Gemenge synonym, indem wir glauben, daß bei Anwendung anderer Stoffe auch ähnlich gestaltete Bildungen doch unter Umständen andere Erklärungen erfordern werden. So hier für Schwefel. Wir wollen also zunächst zeigen, daß in diesem Falle nur die Annahme der Tropfennatur für die gravirten Körper übrig bleibt.

Häufig bildet sich in einiger Entfernung vom Rande des verdunstenden Tropfens ein Kranz von größeren Globuliten aus der Vereinigung von immer mehr sehr kleinen solcher Theilchen an bestimmten Stellen. Da man diesen Vorgang direct beobachten kann, so kann kein Zweifel über den flüssigen Zustand der Globuli obwalten, welche Gröfse sie auch besitzen. Diese gelben, klaren, das Licht stark (aber einfach) brechenden Kugeln und Kügelchen bleiben öfters, besonders bei Gegenwart von viel Canadabalsam, selbst nach längerer Zeit, wenn längst keine Verdunstung mehr stattfindet, völlig unverändert. Kommen sie aber in Berührung mit einer noch wachsenden Krystallnadel, so erstarrt sogleich ihre ganze Masse, indem sie nur durchscheinend wird. Ist noch genügende Beweglichkeit in dem Balsam vorhanden, so zieht die jetzt trübe feste Kugel die kleinen durchsichtigen im Umkreise an und vergrößert sich noch eine Zeit lang der Art, daß bald Krystallnadeln aus ihr hervorwachsend erscheinen und unter Umständen ihre Form gänzlich verloren geht. Fig. 6 Taf. VI zeigt den gewöhnlichen Fall etwas schematisch, wo die später sich ansetzenden Krystalle rechts parallel den ersten vor der Umwandlung der Kugel erschienenen links sich bildeten und beweisen, daß auch die ganze Schwefelkugel in paralleler

Stellung krystallisirt ist. Manchmal, wie es Fig. 7 Taf. VI andeutet, erstarrt die Kugel ohne sichtbaren Anlaß, vielleicht durch Berührung eines Krystalls von oben oder unten, und bedeckt sich danach mit rings ausstrahlenden, also nicht parallelen Krystallen. In beiden Fällen zeigt der Hof um die Kugeln¹⁾, welcher fast frei von winzigen Kügelchen ist, noch die Art und Weise, wie nach der Erstarrung die größere Kugel sich im zähflüssigen Balsam ernährt hat.

Dieses Erstarren der klaren Tropfen von übersättigter Schwefellösung kann aber auch auf andere, künstliche Weise hervorgerufen werden: nicht — nach meinen Versuchen — durch Erschüttern oder Klopfen, sehr leicht aber durch Berühren mit einem fremden festen Körper, z. B. einer Nähnadel. Man bringt es leicht dahin, diesen Versuch unter dem Mikroskope anzustellen und kann dann direct sehen, wie im Moment, wo die Spitze der Stahlnadel die noch flüssige Kugel trifft, diese erstarrt und trüb wird, genau wie bei Berührung mit einem Krystall. Ich habe diesen Versuch mit acht Tage altem Präparate noch wiederholt und dasselbe Resultat erhalten, natürlich kann man aber nur mit den größeren Kügelchen operiren. Es ist aber kein Grund vorhanden, weshalb die kleineren nicht in demselben Zustande sich befinden sollten, da doch ihre Entstehung dieselbe ist. Ebenso wenig ist es wunderbar, daß selbst nach längerer Zeit sich der flüssige Zustand der Kügelchen erhält, weil sie von Canadabalsam so hermetisch umschlossen werden, daß eine weitere Verdunstung des Schwefelkohlenstoffs in ihnen nicht möglich wird. Ist der Balsam später ganz erhärtet, so daß die Nadel nicht mehr zum Versuch angewendet werden kann, so wird man durch Auflösen in Alkohol wahrscheinlich die Kügelchen von ihrer Hülle befreien und so zum endlichen Erstarren auch nach Jahren bringen können.

Wenn man einen Tropfen Kalklösung mit kohlensaurem Alkali unter dem Mikroskope zusammenbringt, so be-

1) Solche Höfe beobachtete schon Vogelsang in Schlacken und hat auch die Priorität ihrer richtigen Auffassung.

sitzt, namentlich anfangs, der erhaltene Niederschlag keine erkennbare Rhomboëderform, die jedes Theilchen erst später beim Weiterwachsen annimmt, sondern die äufsere Gestalt ist die der Globuliten, wenigstens noch bei 500facher Vergrößerung. Auch wirken die kleinen Körperchen nicht merkbar auf polarisirtes Licht. Doch sobald sie grösser geworden, tritt diese Wirkung der Doppelbrechung ein, sogar ehe sie noch erkennbare krystallinische Form zeigen. Man kann hieraus natürlich nicht schliessen, dafs die erste Globulitenform des Kalkniederschlags wegen Aehnlichkeit mit den Schwefelreactionen flüssigen Zustand anzeige, aber auch gewifs nicht aus *deren* offenbar festen Aggregatzustande den gleichen jener beim Schwefel erhaltenen Theilchen.

Durch Frankenheim (Pogg. Ann. Bd. 40) ist das ebenso eigenthümliche als merkwürdige Verhalten einer Salpeterlösung beim Verdunsten unter dem Mikroskope bekannt geworden, ebenfalls geeignet, um zu zeigen, wie solche Erscheinungen und deren Deutung unter Berücksichtigung der besondern Eigenthümlichkeiten der Stoffe, mit welchen man experimentirt, angesehen werden müssen. — Läfst man einfach einen Tropfen einer gesättigten Lösung von salpetersaurem Kali unter dem Mikroskope verdunsten, so sieht man, immer am Rande des Tropfens, zunächst klare scharfe Rhomboëder des Salzes entstehen, erst nach einiger Zeit gewöhnlich dann auch rhombische Prismen des dimorphen Salpeters. Von Interesse sind dann auch zwei Erscheinungen. Die Salpeternadeln der gewöhnlichen zweiten (2gliedrigen) Form wachsen weit schneller als die Rhomboëder und üben einen unverkennbaren Einfluss auf diese. Wächst eine Nadel in einer solchen Richtung, dafs sie in der Nähe eines Rhomboëders oder einer Rhomboëdergruppe vorbeikommt, so schmelzen die Rhomboëder gleichsam ab, indem sie sich auflösen und zuletzt ganz verschwinden, während die Nadel der zweiten Form grösser und dicker wird. Wenn dagegen jene Nadel in der Richtung auf ein Rhomboëder zu wächst, so stöfst sie auch bald auf dasselbe, weil das Wachsthum in dieser Richtung

bedeutend schneller als das in der Breite ist. Aber im Augenblicke der Berührung findet eine Umwandlung des getroffenen Rhomboëders statt, ein Zerfallen desselben in ein körniges Aggregat, und man sieht diese Umwandlung mit nicht zu großer Schnelligkeit über den Rhomboëderkrystall oder eine Gruppe sich berührender Individuen in Gestalt eines vorschreitenden Schattens hinziehen. Wachsen die Aggregate nachher noch weiter, so geschieht es in der Form des rhombischen Salpeters und, soweit ich beobachtete, in Krystallen von paralleler Stellung. Das ganze Phänomen endet gewöhnlich mit Krystallen von nur rhombischer (2gliedriger) Form, selten bleibt ein Rhomboëder intact zurück. Fast nur im Rückstande sehr kleiner flacher Tropfen findet man diese noch zahlreich.

Zur Erklärung dieser sonderbaren Vorgänge, welche man noch in keinem zweiten Falle beobachtet hat, scheint mir Folgendes geltend gemacht werden zu müssen. Der rhomboëdrische, leichter lösliche Salpeter bildet sich nur am Rande des Tropfens, wo die Verdunstung schnellere Concentration bewirkt; daher, falls ein solcher Krystall durch Strömung mehr nach innen gelangt, löst er sich schon ohne andern Grund, in der schwächer concentrirten Flüssigkeit wieder auf. Der rhombische, prismatische Salpeter ist etwas schwerer löslich, bildet sich aber trotzdem später, nämlich bei normaler Concentration oder mit andern Worten bei schwächerer Uebersättigung der Lösung ¹⁾. Gelangt ein prismatischer Krystall in die Nähe eines Rhomboëders, ohne es zu berühren, so entsteht eine Strömung der Flüssigkeit nach der Salpaternadel hin, weil dort sich der weniger lösliche Salpeter in fester Form absetzt, in seiner Nähe dadurch eine solche Dichtigkeit der Lösung hervorruft, bei welcher sich der rhomboëdrische Salpeter (der selbst in

1) Diese Beobachtungen am Salpeter führen auf die Vermuthung, daß wohl auch der Unterschied der Kalkspath- und Aragonitbildung in weniger oder mehr verdünnter Lösung auf deren Ausscheidung aus mehr oder weniger übersättigter Flüssigkeit als Ursache zurückgeführt werden könnte.

noch dichter Lösung schwimmt) noch löst, also jetzt zu schmelzen beginnt, die nächst benachbarte Flüssigkeit dadurch wieder dichter macht und nach jenem Krystall hin abfließen läßt — und so Atom für Atom mit der Strömung vom Orte seiner Entstehung zu dem andern Salpeter hinwandert, ohne dafs im Geringsten eine auffallende Anziehungskraft von einem zum andern, eine »Wirkung in die Ferne« existirte, wie schon Frankenheim sehr richtig erkannte. — Dafs wirklich nur diese durch ungleiche Dichte der Flüssigkeit erzeugte Strömung an der Erscheinung Schuld sey, läßt sich durch Abänderung des Versuchs beweisen. Setzt man nämlich etwas Lösung von Gummi arabicum zur Salpeterlösung, so wird dadurch die Beweglichkeit der Wassertheilchen gehemmt und die Folge ist, dafs während der Verdunstung und Krystallisation eine Salpaternadel hier äufserst nahe an die Rhomboëder herankommen kann, ohne einen Einflufs auf deren Form auszuüben; die Rhomboëder lösen sich nicht auf.

Schwieriger ist die Erklärung des zweiten Falles, wo es zur Berührung zwischen einem prismatischen und rhomboëdrischen Salpeterkrystalle kommt und wobei letzterer in die Form des ersteren sich umwandelt. Man könnte vielleicht annehmen, dafs ein vorschreitendes Flüssigwerden des Rhomboëders und sofortiges Wiederkrystallisiren in 2gliedriger Form stattfände. Damit würde wenigstens harmoniren, dafs bei Zusatz von Gummilösung diese Umwandlung entschieden langsamer vor sich geht, als wenn der Salpeter in reinem Wasser gelöst ist; doch war Sicherheit hierüber nicht zu gewinnen. Frankenheim giebt an, dafs selbst nach vollständigem Trocknen der Rhomboëder, welche in sehr kleinen Tröpfchen durch schnelles Verdunsten des ganzen Wassers entstehen und unverwandelt zurückbleiben, dieselben noch in obiger Weise zerfallen, wenn sie mit einem rhombischen Salpeterkrystalle berührt werden. Es ist mir nicht gelungen, eine sichtbare Veränderung auf diese Weise zu bewirken; nur in einem Falle kann ich sie bestätigen, aber diefs war gleich nach dem scheinbar völligen

Eintrocknen, und es ist wohl möglich, daß doch noch geringe Feuchtigkeit den Krystallen anhaftete; bei wirklich vollständiger Trockenheit habe ich die Umwandlung nicht eintreten sehen; übrigen schritt dieselbe in dem eben citirten Falle auch nur sehr langsam vor.

Jedenfalls erfordert auch diese Erscheinung eine Erklärung aus sich selbst, d. i. aus den besondern Eigenschaften des Salzes. Daß außerdem zu jener Umwandlung aus einer in die andere dimorphe Form die Berührung mit Salpeter der dominirenden Form nöthig ist, diejenige mit fremden Körpern nicht ausreicht, kann man durch Berühren der aus gummihaltiger Lösung krystallisirenden Rhomboëder mittelst einer Stahlnadel während der Beobachtung unter dem Mikroskope deutlich machen. Die Nadel selbst übt keinen directen Einfluß bei der Berührung auf die Rhomboëder aus; wohl aber bilden sich meist beim Eintauchen der Nadelspitze in die Flüssigkeit rhombische Salpeterkrystalle, welche dann ihrerseits durch Berührung mit den Rhomboëdern deren Umwandlung in der beschriebenen Weise besorgen.

Kehren wir indeß zu unseren Versuchen mit Schwefel-lösung zurück. Darf man es als sicher annehmen, daß die Schwefelglobuliten wirkliche Flüssigkeitstropfen sind, so werden auch die *Margariten* desselben Stoffes, als bloße Gruppierungen von Globuliten, nicht als erstarrt zu betrachten seyn. In dem Beispiele von Fig. 5 Taf. VI (möglichst getreu bei 195facher Vergrößerung aus dem Mikroskope gezeichnet) sieht man recht deutlich noch deren Entstehung aus Tropfen. Denn nicht nur ist an einigen der größeren Globuliten, welche die Gruppe zusammensetzen, noch deutlich die wegen zu großer Zähflüssigkeit des Balsams unvollkommene Verschmelzung der Globuli zu sehen (z. B. oben das herzförmige Körperchen), sondern der das Ganze umgebende Hof beweist wiederum deutlich, daß die zunächst liegenden kleinsten Tröpfchen zur Speisung der größeren in den *Margariten* verbraucht worden sind. Selbst daß

die äusseren Globuli gröfser, die inneren kleiner sind, stimmt damit.

Es bleiben nun noch die *Longuliten* als einfachere Krystalliten zu erwähnen. Ich mufs gestehen, dafs ich, was die Longuliten des Schwefels anbelangt, zweifelhaft über meine Bestimmung der Formen in meinen Präparaten geworden bin. Was nämlich nach Vogelsang's Beschreibung und Abbildung (die letztere scheint auch ihm unvergleichlich viel unvollkommenere Ausbildung dieser Gestalten bei Schwefel ergeben zu haben als diejenigen in seinen Schlacken) dafür gehalten werden müfste, scheint seiner Natur nach in zwei verschiedene Bildungen zu zerfallen, welche allerdings sich äufserst ähnlich werden. Entschieden Stäbchen- oder Nadel- oder spitze Kegelform mit Umrissen, worin man krystallographische Linien nicht erkennen kann, scheinen sich dennoch den wirklichen Krystallbildungen anzureihen und von ihnen nur durch Kleinheit und undeutlich linierte Umrisse zu unterscheiden; andere, gewöhnlich weniger spitz endend, aber von fast gleicher linearer Form und Gruppierungsweise, zeigen deutlich erkennbar ihre Zusammensetzung aus rundlichen Körpern, Globuliten. Jene polarisiren das Licht, diese nicht. Darf man also etwa nur die zweite Art hieher rechnen, so sind sie als einfachere Margariten, zugleich mit gröfserer Verschmelzung der Perlen zu betrachten als bei den eigentlichen Margariten. Ist aber auch die erstere Art hier mitbegriffen, so dürften *diese* Longuliten doch wirklich schon krystallinische Structur besitzen und aus winzigen Oktaëdern bestehen. Wenn eine solche Trennung in zwei Arten, wie ich glaube, zulässig ist, so giebt in den meisten Fällen (wenn nicht die äufserer Form der Körper *dieser* Prüfung zu ungünstig ist) die Beobachtung bei polarisirtem Lichte ein Mittel der Unterscheidung an die Hand. Auch die vielfach auftretenden sechsseitigen dünn tafelfartigen Formen zeigen hierbei die lebhaftesten Farben dünner Blättchen und können danach unbedenklich zu den echten Krystallen gestellt werden. Ja selbst viele, unter gewöhnlicher Beleuchtung als Margariten oder Globuliten

erscheinende, Bildungen werden im polarisirten Lichte als krystallinisch, jene als dendritische Gruppen von Kryställchen erkannt.

Die große, fast unendliche Mannigfaltigkeit der Erscheinungen bei diesen einfachen Versuchen mit Schwefellösung und Canadabalsam kann nicht entfernt erschöpft werden und es ist auch nichts weniger als dieß der Zweck dieser Zeilen, welche sich nur mit der Natur und dem Begriffe der Krystalliten beschäftigen sollten.

Hier ist nun der Ort, sich zu entscheiden, ob man überhaupt nach den bisherigen Erfahrungen, namentlich bei Schwefel, die Bezeichnung Krystalliten auch auf andere Vorkommen übertragen wolle. In dieser Beziehung glaube ich, daß es vollkommen praktisch sey, sich des Wortes zu bedienen, doch ohne damit den Begriff eines Zwischenzustandes zwischen amorpher und krystallinischer Bildung zu verbinden, und unter möglichster Beschränkung des Wortes. Sollen Krystallite überhaupt Erstarrungsprodukte seyn, so wird man auch die Namen Globuliten, Longuliten etc. verwenden können, doch aber nur, wenn man eben feste Körper vor sich hat, wie in Schlacken. Die prächtigen, wie Farnwedel oder Blumenblätter erscheinenden Bildungen, welche Prof. Vogelsang so schön auf seiner Tafel VIII abbildete, hätte er z. B. mit vollem Rechte Filicilithen oder Antholithen [v. Hornberg's Antholith von Bodenmais ist ja wohl Anthophyllit] nennen können.

In theoretischer Beziehung jedoch scheint die Annahme eines wirklichen Ueberganges oder vermittelnden Zustandes von amorphen und krystallinischen Körpern bis jetzt noch nicht erwiesen zu seyn. Es lassen sich vielmehr fast alle jene merkwürdigen Bildungen auf die eine oder andere Seite bringen und einzig die Unvollkommenheit der Beobachtungsmittel trägt die Schuld, daß irgendwo Zweifel entstehen und bleiben. Der Autor jener Untersuchungen, welche auch uns hier beschäftigt haben, betrachtet selbst die Unvollkommenheit der äußeren Begrenzung nicht als genügend, um zu entscheiden, ob Krystall, ob Krystallit. Ich

glaube nur noch weiter zurückgreifen zu müssen, indem ich, die alte Demarcationslinie aufrecht haltend, die »Krystalliten« selbst in amorphe und krystallinische scheide, etwa in der oben besprochenen Weise. Globuliten, Margariten, Longuliten werden sehr häufig oder meist amorphe Bildungen seyn; Antholiten und manche Longuliten wohl wirklich krystallinische Bildungen. Als letztere erweisen sie sich bestimmt in solchen Fällen, wo sie das Licht doppelt brechen. Es scheint, dafs in der Natur zwischen amorpher und krystallinischer Structur kein allmählicher Uebergang existire, sondern dafs derselbe stets plötzlich, stofsweise geschehe, weshalb auch keine eigentlichen Zwischenstadien vorkommen mögen. Man wird freilich oder soll vielleicht durch den Verfasser der »Krystalliten« leichthin an jene Theorie der allmählichen Umbildung der Arten in der organischen Formenwelt erinnert werden; allein wir befinden uns hier denn doch wohl auf anderem Gebiete, welches selbst nicht gestatten dürfte, die Hypothese der raschen Umprägung der organisirten Arten jener der langsamen hier gegenüber oder zur Seite zu stellen. Schliesslich will ich indessen gern zugeben, dafs auch diese Folgerungen auf noch viel zu wenig Beobachtung gegründet sind und zu ausgedehnteren Versuchen in dieser Richtung, namentlich mit in hemmenden Mitteln erstarrenden Substanzen, aufordern.

Zuletzt mufs ich doch noch anhangsweise auf die letzte (40ste) Tafel und deren Erläuterung in Ehrenberg's Mikrogeologie (1854) verweisen, um so mehr, da auch er einige Operationen mit Schwefel vornahm, welche seinen »Morpholithen« zur Analogie dienen sollten. Auch dort sind unter dem citirten Namen theils amorphe Körper, theils Aggregate krystallinischer kleiner Massen abgebildet worden.